Capítulo 3

Mediciones técnicas y vectores

OBJETIVOS

Al completar el estudio de este capítulo el alumno:

1. Escribirá las unidades básicas de masa, longitud y tiempo en unidades del SI y del Sistema Usual en Estados Unidos (SUEU).
2. Definirá y aplicará los prefijos del SI que indican múltiplos de las unidades básicas.
3. Realizará la conversión de una unidad a otra para la misma cantidad, a partir de las definiciones necesarias.
4. Definirá una cantidad vectorial y una cantidad escalar y dará ejemplos de cada una de ellas.
5. Determinará las componentes de un vector específico.
6. Encontrará la resultante de dos o más vectores.

La aplicación de la física, ya sea en el taller o en un laboratorio técnico, requiere siempre algún tipo de medición. Un mecánico automotriz puede medir el diámetro o vaso de un cilindro de motor. Los técnicos en refrigeración tal vez necesiten hacer mediciones de volumen, presión y temperatura. Los electricistas emplean instrumentos para medir la resistencia eléctrica y la corriente, y los ingenieros mecánicos se interesan en los efectos de fuerzas cuyas magnitudes deben calcularse con precisión. En realidad, es difícil imaginar una ocupación donde no se requiera la medición de alguna cantidad física.

En el proceso de realizar mediciones físicas, con frecuencia hay interés tanto en la dirección como en la magnitud de una cantidad particular. La longitud de un poste de madera se determina por el ángulo que forma con la horizontal. De la dirección en que se aplica una fuerza depende su eficacia para producir un desplazamiento. La dirección en la cual se mueve una banda transportadora es, con frecuencia, tan importante como la velocidad a la que se desplaza. Tales cantidades físicas, como *desplazamiento*, *fuerza* y *velocidad*, son comunes en el campo de la industria. En este capítulo se presenta el concepto de vectores, el cual permite estudiar tanto la magnitud como la dirección de cantidades físicas.

3-1 CANTIDADES FÍSICAS

El lenguaje de la física y la tecnología es universal. Los hechos y las leyes deben expresarse de una manera precisa y consistente, de manera que un término determinado signifique exactamente lo mismo para todos. Por ejemplo, vamos a suponer que alguien nos dice que el desplazamiento del pistón de un motor es 3.28 litros (200 pulgadas cúbicas). Debemos responder dos preguntas para entender ese enunciado: (1) ¿Cómo se midió el *desplazamiento del pistón*? y (2) ¿qué es un *litro*?

El ***desplazamiento del pistón*** es el volumen que el pistón desplaza o "expulsa" en su movimiento desde el fondo hasta la parte superior del cilindro. No se trata realmente de un desplazamiento, en el sentido usual de la palabra, sino de un volumen. Una medida estándar del volumen, que se reconoce fácilmente en todo el mundo, es el litro. Por lo tanto, cuando un motor tiene una etiqueta de especificaciones en la que se indica: "desplazamiento del pistón = 3.28 litros", todos los mecánicos entienden de igual manera dicha indicación.

En el ejemplo anterior, el desplazamiento del pistón (volumen) es un ejemplo de *cantidad física.* Hay que hacer notar que esta cantidad fue definida mediante la descripción de su proceso de medición. En física, todas las cantidades se definen en esta forma. Otros ejemplos de cantidades físicas son: longitud, peso, tiempo, velocidad, fuerza y masa.

Una cantidad física se mide comparándola con un patrón previamente conocido. Por ejemplo, supongamos que se desea determinar la longitud de una barra metálica. Con los instrumentos adecuados se determina que la longitud de la barra es de 4 metros. No es que la barra contenga 4 cosas llamadas "metros", sino simplemente que se ha comparado con la longitud de un patrón conocido como "metro". La longitud también se podría representar como 13.1 pies o 4.37 yardas, si se usaran otras medidas conocidas.

La *magnitud* de una cantidad física se define con un *número* y una *unidad* de medida. Ambos son necesarios porque, por sí solos, el número o la unidad carecen de significado. Con excepción de los números y fracciones puros, se requiere indicar la unidad junto con el número cuando se expresa la magnitud de cualquier cantidad.

La magnitud de una cantidad física se especifica completamente con un número y una unidad; por ejemplo, 20 metros o 40 litros.

En vista de que hay muchas medidas diferentes para la misma cantidad, hace falta idear la forma de tener un registro de la magnitud exacta de las unidades empleadas. Para hacerlo, es necesario establecer medidas estándar para magnitudes específicas. Un *estándar, norma o patrón* es un registro físico permanente, o fácil de determinar, de la cantidad que implica una unidad de medición determinada. Por ejemplo, el estándar para medir la resistencia eléctrica, el *ohm,* se define por medio de una comparación con un resistor estándar, cuya resistencia se conoce con precisión. Por lo tanto, una resistencia de 20 ohms debe ser 20 veces mayor que la de un resistor estándar de 1 ohm.

Hay que recordar que cada cantidad física se define indicando cómo se mide. Dependiendo del dispositivo de medición, cada cantidad puede expresarse en unidades diferentes. Por ejemplo, algunas unidades de distancia son *metros, kilómetros, millas* y *pies,* y algunas unidades de velocidad son *metros por segundo, kilómetros por hora, millas por hora* y *pies por segundo.* Sin embargo, no importa cuáles sean las unidades elegidas, la distancia debe ser una *longitud* y la velocidad tiene que ser una *longitud* dividida entre un *tiempo.* Por lo tanto, *longitud* y *longitud/tiempo,* son las dimensiones de las cantidades físicas *distancia y velocidad.*

Hay que observar que la velocidad se define en términos de dos cantidades más elementales (longitud y tiempo). Es conveniente establecer un número pequeño de cantidades fundamentales, tales como longitud y tiempo, a partir de las cuales se puedan derivar las demás cantidades físicas. De este modo, se afirma que la velocidad es una cantidad *derivada* y que la longitud o el tiempo son cantidades *fundamentales.* Si se reducen todas las medidas físicas a un número pequeño de cantidades con unidades básicas estándar, habrá menos confusión en su aplicación.

3-2 EL SISTEMA INTERNACIONAL

interNET CONEXIÓN

physics.nist.gov/cuu/units/index.html

Para conocer más a fondo el Sistema Internacional de Unidades (SI), visite esta página de Internet.

El sistema internacional de unidades se llama *Sistème International d'Unités* (SI) y, en esencia, es el mismo que se conoce como *sistema métrico.* El Comité Internacional de Pesas y Medidas ha establecido siete cantidades básicas, y ha asignado unidades básicas oficiales a cada cantidad. Un resumen de estas cantidades, con sus unidades básicas y los símbolos para representarlas, se presenta en la tabla 3.1.

TABLA 3-1 Unidades básicas del SI para siete cantidades fundamentales y dos cantidades complementarias

Cantidad	Unidad	Símbolo
Unidades básicas		
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol
Unidades complementarias		
Ángulo plano	radián	rad
Ángulo sólido	estereorradián	sr

Cada una de las unidades que aparecen en la tabla 3-1 tiene una definición medible y específica, que puede duplicarse en cualquier lugar del mundo. De estas unidades básicas sólo una, el *kilogramo*, se define en general en términos de una muestra física individual. Esta muestra estándar se guarda en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Francia. Se han fabricado copias de la muestra original para su uso en otras naciones. El resto de las unidades se definen en términos de hechos físicos reproducibles y se determinan con precisión en todo el mundo.

Es posible medir muchas cantidades, tales como volumen, presión, velocidad y fuerza, que son combinaciones de dos o más cantidades fundamentales. Sin embargo, nadie ha encontrado jamás una medida que no pueda expresarse en términos de longitud, masa, tiempo, corriente, temperatura, intensidad luminosa o cantidad de sustancia. Las combinaciones de estas cantidades se denominan cantidades *derivadas*, y se miden en unidades derivadas. Algunas unidades derivadas comunes aparecen en la tabla 3-2.

Las unidades del SI no se han incorporado en forma total en muchas aplicaciones industriales. En Estados Unidos se está avanzando hacia la adopción de las unidades del SI. No obstante, las conversiones a gran escala son costosas, sobre todo en el caso de muchas aplicaciones mecánicas y térmicas; en vista de esto, la conversión total al sistema internacional tardará todavía algún tiempo. Por ello es necesario que nos familiaricemos con las viejas unidades de ese sistema para la medición de cantidades físicas. Las unidades del SUEU para diversas cantidades importantes se indican en la tabla 3-3.

TABLA 3-2 Unidades derivadas para cantidades físicas comunes

Cantidad	Unidad derivada	Símbolo	
Área	metro cuadrado	m^2	
Volumen	metro cúbico	m^3	
Frecuencia	hertz	Hz	s^{-1}
Densidad de masa (densidad)	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3	
Velocidad	metro por segundo	m/s	
Velocidad angular	radián por segundo	rad/s	
Aceleración	metro por segundo cuadrado	m/s^2	
Aceleración angular	radián por segundo cuadrado	rad/s^2	
Fuerza	newton	N	$kg \cdot m/s^2$
Presión (tensión mecánica)	pascal	Pa	N/m^2
Viscosidad cinemática	metro cuadrado por segundo	m^2/s	
Viscosidad dinámica	newton-segundo/metro cuadrado	$N \cdot s/m^2$	
Trabajo, energía, cantidad de calor	joule	J	$N \cdot m$
Potencia	watt	W	J/s
Cantidad de electricidad	coulomb	C	
Diferencia de potencial, fuerza electromotriz	volt	V	J/C
Intensidad del campo eléctrico	volt por metro	V/m	
Resistencia eléctrica	ohm	Ω	V/A
Capacitancia	farad	F	C/V
Flujo magnético	weber	Wb	$V \cdot s$
Inductancia	henry	H	$V \cdot s/A$
Densidad de flujo magnético	tesla	T	Wb/m^2
Intensidad de campo magnético	ampere por metro	A/m	
Fuerza magnetomotriz	ampere	A	
Flujo luminoso	lumen	lm	$cd \cdot sr$
Luminosidad	candela por metro cuadrado	cd/m^2	
Iluminación	lux	lx	lm/m^2
Onda número	1 por metro	m^{-1}	
Entropía	joule por kelvin	J/K	
Capacidad de calor específico	joule por kilogramo kelvin	$J/(kg \cdot K)$	
Conductividad térmica	watt por metro kelvin	$W/(m \cdot K)$	
Intensidad radiante	watt por estereorradián	W/sr	
Actividad (de una fuente radiactiva)	1 por segundo	s^{-1}	

TABLA 3-3 Unidades del sistema usual en Estados Unidos

Magnitud	Unidades del SI	Unidades del SUEU
Longitud	metro (m)	pie (ft)
Masa	kilogramo (kg)	slug (slug)
Tiempo	segundo (s)	segundo (s)
Fuerza (peso)	newton (N)	libra (lb)
Temperatura	kelvin (K)	grado Rankine (R)

Hay que observar que, aun cuando el pie, la libra y otras unidades se usan con frecuencia en Estados Unidos, se han definido de nuevo en términos de las unidades estándar del SI. Gracias a eso, actualmente todas las mediciones están basadas en los mismos estándares.

3-3 MEDICIÓN DE LONGITUD Y TIEMPO

La unidad de longitud estándar del SI, el *metro* (m) originalmente se definió como la diezmillonésima parte de la distancia del Polo Norte al Ecuador. Por razones prácticas, esta distancia fue registrada en una barra de platino iridiado estándar. En 1960, el patrón estándar se cambió para facilitar el acceso a una medida más precisa del metro, basada en un estándar atómico. Se acordó que un metro era exactamente igual a 1 650 763.73 longitudes de onda de la luz rojo-anaranjada del criptón 86. Se eligió el número de modo que el nuevo estándar se aproximara al antiguo patrón. Sin embargo, la adopción de este estándar tampoco estuvo exenta de problemas. La longitud de onda de la luz emitida por el criptón era incierta debido a que el proceso tiene lugar dentro del átomo, durante la emisión. Además, el desarrollo del láser estabilizado permitió medir una longitud de onda con mucho mayor precisión, en términos de tiempo y velocidad de la luz. En 1983 se adoptó el más reciente estándar para el metro (y probablemente el definitivo):

> **Un metro es la longitud de la trayectoria que recorre una onda luminosa en el vacío durante un intervalo de tiempo 1/299 792 458 segundos.**

El nuevo estándar del metro es más preciso, y tiene además otras ventajas. Su definición depende del estándar de tiempo (s) como se indica abajo, y éste se basa en un valor estándar para la velocidad de la luz. En la actualidad se considera que la velocidad de la luz es exactamente:

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s} \qquad \text{(exacta por definición)}$$

Tiene sentido asignar un valor estándar a la velocidad de la luz porque, de acuerdo con la teoría de Einstein, la velocidad de la luz es una constante fundamental. Más aún, cualquier refinamiento futuro del estándar para medir el tiempo mejorará automáticamente el estándar para la longitud. Por supuesto, en general, no es necesario saber la definición exacta de longitud para llevar a cabo mediciones prácticas y precisas. Gran número de herramientas, como los escalímetros sencillos en forma de regla o calibrador, se gradúan de acuerdo con la medida estándar.

La definición original de tiempo se basó en la idea del día solar, definido como el intervalo de tiempo transcurrido entre dos apariciones sucesivas del sol sobre un deter-

TABLA 3-4 Múltiplos y submúltiplos de unidades de SI

Prefijo	Símbolo	Multiplicador	Ejemplo
tera	T	$1,000,000,000,000 = 10^{12}$	1 terametro (Tm)
giga	G	$1,000,000,000 = 10^{9}$	1 gigametro (Gm)
mega	M	$1,000,000 = 10^{6}$	1 megametro (Mm)
kilo	k	$1,000 = 10^{3}$	1 kilómetro (km)
centi	c	$0.01 = 10^{-2}$	1 centímetro (cm)*
mili	m	$0.001 = 10^{-3}$	1 milímetro (mm)
micro	μ	$0.000001 = 10^{-6}$	1 micrómtero (μm)
nano	n	$0.000000001 = 10^{-9}$	1 nanómetro (nm)
—	Å	$0.0000000001 = 10^{-10}$	1 ángstrom (Å)*
pico	p	$0.000000000001 = 10^{-12}$	1 picómetro (pm)

*Aun cuando no se recomienda el empleo del centímetro y del ángstrom, estas unidades todavía se usan muy a menudo.

minado meridiano de la Tierra. Así pues, un segundo era 1/86 400 del día solar medio. No es difícil imaginar las dificultades e incongruencias a las que daba lugar dicho estándar. En 1976, el estándar de tiempo del SI quedó definido de la siguiente forma:

> **Un segundo es el tiempo necesario para que el átomo de cesio vibre 9 192 631 770 veces.**

Por lo tanto, el estándar atómico de un segundo es el periodo de vibración de un átomo de cesio. Los mejores relojes de cesio son tan precisos que no se adelantan ni se atrasan más de 1 segundo en 300 000 años.

Debido a que esta medida de tiempo tiende a imponerse a la del día solar medio, la National Bureau of Standards suma periódicamente a la hora un salto de un segundo, por lo general una vez al año, el 31 de diciembre. Por lo tanto, el último minuto de cada año tiene a menudo 61 segundos, en vez de 60 segundos.

Otra ventaja del sistema métrico sobre otros sistemas de unidades es el uso de prefijos para indicar los múltiplos de la unidad básica. La tabla 3-4 define los prefijos aceptados e indica su uso para indicar múltiplos y subdivisiones del metro. A partir de la tabla es posible determinar que:

$$\begin{aligned} 1 \text{ metro (m)} &= 1000 \text{ milímetros (mm)} \\ 1 \text{ metro (m)} &= 100 \text{ centímetros (cm)} \\ 1 \text{ kilómetro (km)} &= 1000 \text{ metros (m)} \end{aligned}$$

La relación entre el centímetro y la *pulgada* se observa en la figura 3-1. Por definición, 1 pulgada es exactamente igual a 25.4 milímetros. Esta definición y otras definiciones útiles se presentan a continuación (los símbolos de las unidades se indican entre paréntesis):

$$\begin{aligned} 1 \text{ pulgada (in)} &= 25.4 \text{ milímetros (mm)} \\ 1 \text{ pie (ft)} &= 0.3048 \text{ metros (m)} \\ 1 \text{ yarda (yd)} &= 0.914 \text{ metros (m)} \\ 1 \text{ milla (mi)} &= 1.61 \text{ kilómetros (km)} \end{aligned}$$

Al registrar datos, es preferible usar el prefijo que permita expresar el número en el intervalo de 0.1 a 1000. Por ejemplo, 7 430 000 metros debe expresarse como 7.43×10^{6} m, y reportarse luego como 7.43 megametros, o en forma abreviada 7.43 Mm. Generalmente no

Figura 3-1 Comparación de la pulgada con el centímetro con medidas de longitud.

es conveniente escribir esta medida como 7430 kilómetros (7430 km), a menos que la distancia se esté comparando con otras distancias medidas en kilómetros. En el caso de la cantidad 0.00064 ampere, es correcto escribir 0.64 miliampere (0.64 mA) o 640 microamperes (640 μA). En general, los prefijos se eligen para múltiplos de mil.

3-4 CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Algunos números son exactos y otros son aproximados. Si se sacan 20 tornillos de una caja y se usa sólo la cuarta parte de ellos, los números 20 y $\frac{1}{4}$ se consideran como cantidades exactas. Sin embargo, si se miden la longitud y el ancho de una lámina rectangular, la precisión de la medida depende de la precisión del instrumento utilizado y de la habilidad del observador. Suponga que el ancho de la placa mencionada se mide con un calibrador vernier y el resultado es 3.42 cm. El último dígito es estimado y, por lo tanto, susceptible de error. La anchura real fluctúa entre 3.40 cm y 3.50 cm. Escribir el ancho como 3.420 cm implicaría una precisión mayor de la que se justifica. Se dice que el número 3.42 tiene tres *cifras significativas*, y hay que tener cuidado de no escribir más números o ceros de los que son significativos.

Se supone que todas las mediciones físicas son aproximadas, y que el último dígito significativo se ha calculado mediante una estimación de algún tipo. Al escribir tales números, con frecuencia se incluyen algunos ceros para indicar la localización correcta del punto decimal. Sin embargo, con excepción de estos ceros, todos los demás dígitos sí se consideran como dígitos significativos. Por ejemplo, la distancia 76 000 m tiene solamente dos dígitos significativos. Se sobreentiende que los tres ceros que siguen al 6 sólo se han agregado para ubicar el punto decimal, a menos que se indique otra cosa. Otros ejemplos son:

4.003 cm	4 cifras significativas
0.34 cm	2 cifras significativas
60,400 cm	3 cifras significativas
0.0450 cm	3 cifras significativas

Los ceros que no se requieren específicamente para la debida localización del punto decimal no son significativos (como en los dos últimos ejemplos).

Con la difusión del uso de las calculadoras, con frecuencia los estudiantes informan sus resultados con una precisión mayor de la que resulta justificable. Por ejemplo, suponga que al medir una lámina rectangular se obtiene una longitud de 9.54 cm y un ancho de 3.4 cm. El área de la lámina se calcula y el resultado es 32.436 cm^2 (cinco cifras significativas). Sin embargo una cadena es tan fuerte como el más débil

EL USO DE LA CALCULADORA

Cuando use una calculadora, tenga cuidado de no cometer un error con las cifras significativas. En algunas calculadoras, las respuestas aparecen automáticamente en números enteros con un punto decimal y uno o más ceros después del punto decimal. Recuerde que su respuesta no puede ser más precisa que las mediciones que usó para obtenerla. Para evitar errores por redondeo y errores con los dígitos significativos, probablemente lo mejor es esperar hasta que esté usted listo para escribir el resultado en su forma final. En ese momento, podrá revisar todas las mediciones e incluir solamente los dígitos que resulten justificados.

de sus eslabones. Puesto que el ancho tiene una precisión de sólo dos cifras significativas, el resultado no se puede expresar con mayor precisión. El área se debe indicar como 32 cm^2. El número que resulta al usar la calculadora proporciona una información falsa respecto a la precisión y confunde a las personas que no hayan participado en la medición.

> Regla 1 **Cuando se multiplican o dividen números aproximados, el número de dígitos significativos de la respuesta final contiene el mismo número de dígitos significativos que el factor de menor precisión.**

Surge otro problema cuando los números aproximados se suman o se restan. En tales casos lo que hay que tomar en cuenta es la precisión de cada medición. La suma de un grupo de éstas puede tener más dígitos significativos que alguna de las mediciones individuales, pero no puede ser más *precisa.* Por ejemplo, suponiendo que se determine el perímetro de una lámina rectangular, podemos escribir:

$$9.54 \text{ cm} + 3.4 \text{ cm} + 9.54 \text{ cm} + 3.4 \text{ cm} = 25.9 \text{ cm}$$

La medición con menor precisión es de décimas de centímetro; por lo tanto, el perímetro debe redondearse a la décima de centímetro más próxima (aun cuando tenga tres cifras significativas).

> Regla 2 **Cuando se suman o restan números aproximados, el número de decimales en el resultado debe ser igual al menor número de cifras decimales de cualquier término que se suma.**

En todo este texto, generalmente se supone que los datos proporcionados tienen la precisión suficiente para dar respuestas redondeadas a tres cifras significativas. Por lo tanto, si se menciona una barra de 8 in, se considerará que tiene una longitud de 8.00 in. Si se desea convertir a unidades del sistema métrico, la longitud debe expresarse como 203 mm. Esta práctica es común porque evita la necesidad de llenar el texto con ceros.

3-5 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

La elección de un instrumento de medición depende de la precisión requerida y de las condiciones físicas que rodean la medición. Para un mecánico o un maquinista, la opción básica es con frecuencia el escalímetro o regla de acero, como la que se muestra en la figura 3-2. Esta regla tiene a menudo la precisión suficiente cuando se desean medir longitudes fácilmente accesibles. Las reglas de acero pueden tener graduaciones tan pequeñas como de 32ésimas o incluso 64ésimas de pulgada. Las reglas métricas están graduadas generalmente en milímetros.

Para medir diámetros interiores y exteriores se utilizan calibradores como los que se presentan en la figura 3-3. El calibrador mismo no se puede leer en forma directa; por lo tanto, tiene que acoplarse a una regla de acero o a un medidor de tipo estándar.

La máxima precisión posible con una regla de acero se determina por el tamaño de la graduación más pequeña, y es del orden de 0.01 in o de 0.1 mm. Si se desea mayor precisión, el mecánico se sirve muchas veces de un calibrador micrométrico estándar, como el que se ilustra en la figura 3-4, o de un calibrador estándar tipo vernier como el de la figura 3-5. Dichos instrumentos tienen escalas deslizantes que permiten efectuar mediciones muy precisas. Los calibradores micrométricos hacen posible medir

interNET CONEXIÓN

physics.nist.gov/cuu/uncertainty/index.html
Cuando exprese una cantidad, usted deberá conocer el número de cifras significativas; así sabrá con seguridad qué tan digna de confianza es su respuesta. Si desea una guía sobre la incertidumbre en las mediciones, visite esta página de Internet.

interNET CONEXIÓN

ts.nist.gov
Todos los instrumentos de medición deben estar calibrados. Podrá encontrar información sobre calibración en las páginas de Información sobre Servicios de Tecnología.

¿Lo sabía usted?

Cuando un calibrador micrométrico se calibra, una serie de láminas delgadas de espesor uniforme se superponen para formar un grosor conocido. La suciedad, el polvo o incluso una mancha pueden alterar la medición. Las barras de calibración se limpian por medio de fricción y se guardan cuidadosamente, lejos de la humedad.

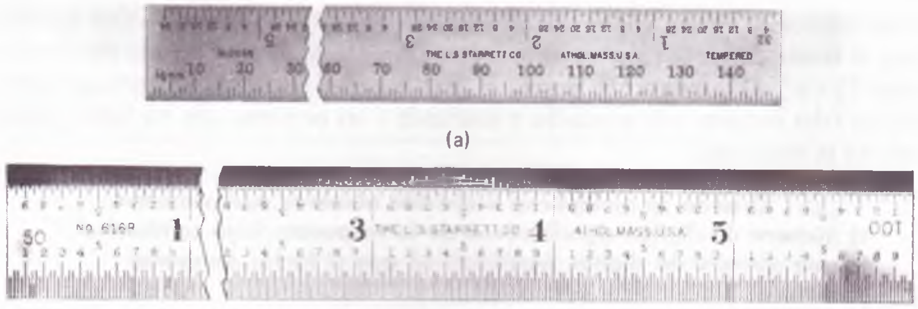


Figura 3-7 Escalímetros de acero de 6 in (15 cm).
a) Escalas 1/32 in y 0.5 mm. (*The L.S. Starrett Company.*)
b) Escalas 1/1000 y 1/50 in. (*The L.S. Starrett Company.*)

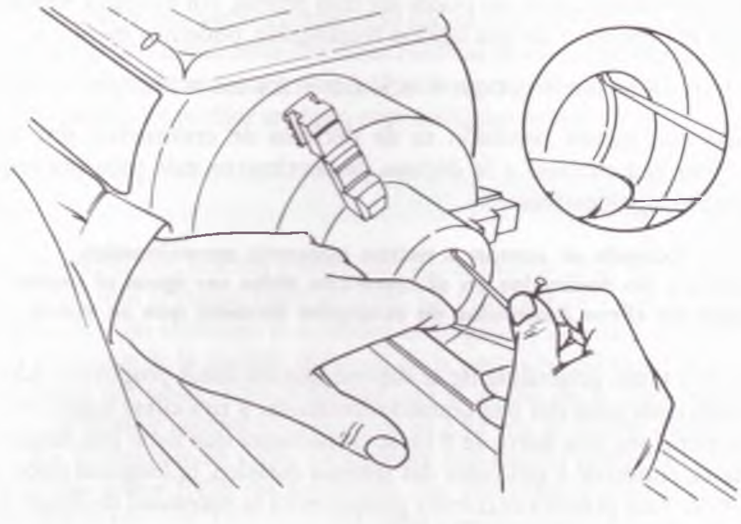


Figura 3-8 Uso de calibradores para medir un diámetro interior.

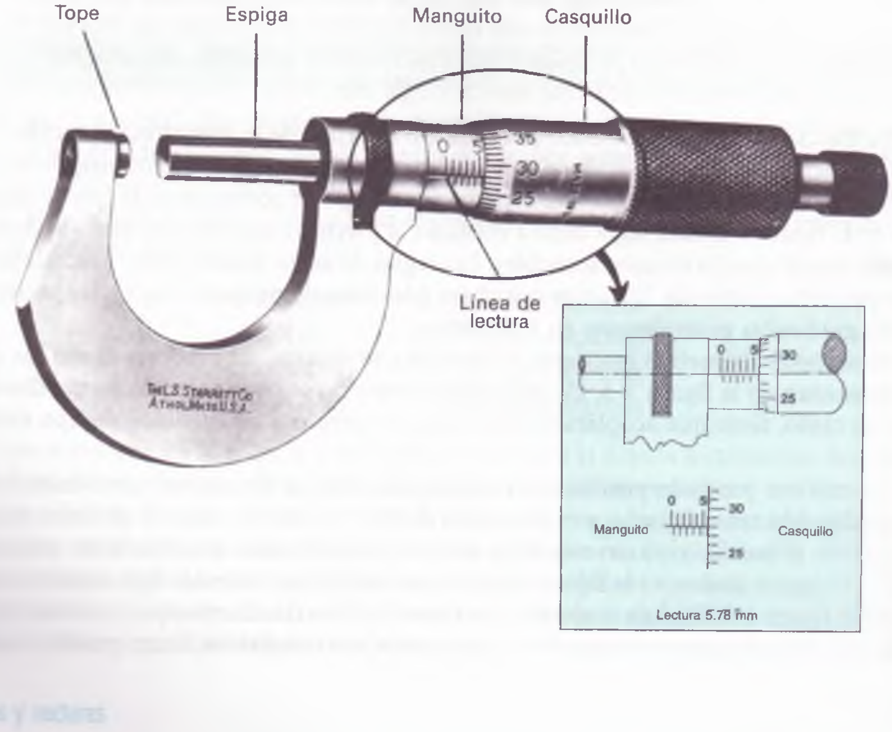


Figura 3-9 Calibrador micrométrico que muestra la lectura de 5.78 mm. (*The L.S. Starrett Company.*)

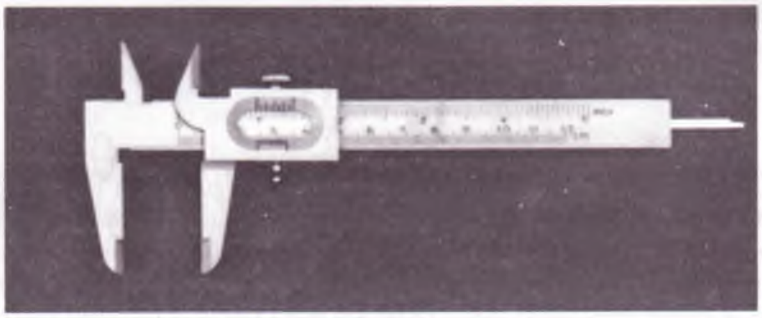


Figura 3-5 Calibrador vernier. (*The L.S. Starrett Company.*)

Figura 3-6 Cómo medir la profundidad de un reborde con un micrómetro de profundidad.

hasta diezmilésimos de pulgada (0.002 mm), y los calibradores tipo vernier sirven para medir con una precisión de 0.001 in o 0.02 mm.

La profundidad de orificios ciegos, ranuras y huecos se mide generalmente con un micrómetro de profundidad. La figura 3-6 muestra un medidor de este tipo que se utiliza para medir la profundidad de un reborde.

3-6 CONVERSIÓN DE UNIDADES

En vista de que se requieren tan diversas unidades para los diferentes tipos de trabajo, con frecuencia es necesario convertir la medición de una unidad a otra. Por ejemplo, vamos a suponer que un mecánico midió el diámetro exterior de un tubo y obtuvo una lectura de 1 $^3/_{16}$ in. Sin embargo, cuando el mecánico solicite un accesorio para el tubo tal vez él tenga que informar cuál es el diámetro en milímetros. Ese tipo de conversiones se pueden hacer con facilidad manejando las unidades algebraicamente y aplicando después el principio de cancelación.

En el caso mencionado, el mecánico debe convertir primero la fracción en un número decimal.

$$1\frac{3}{16}\text{ in} = 1.19\text{ in}$$

A continuación debe escribir la cantidad que desea convertir, anotando tanto el número como las unidades correspondientes (1.19 in). Ahora tendrá que recordar la definición que establece la relación entre pulgadas y milímetros:

$$1\text{ in} = 25.4\text{ mm}$$

Puesto que se trata de una igualdad, es posible formar dos razones donde cada una sea igual a 1.

$$\frac{1\ \text{in}}{25.4\ \text{mm}} = 1 \qquad \frac{25.4\ \text{mm}}{1\ \text{in}} = 1$$

Observe que el número 1 no es igual a 25.4, pero la *longitud* de 1 in sí es igual a la *longitud* de 25.4 mm. Por lo tanto, si se multiplica cualquier otra longitud por una de estas razones, se obtiene un nuevo número, pero la longitud no cambia. Las razones de este tipo se llaman ***factores de conversión***. Cualquiera de los factores de conversión mostrados se puede multiplicar por 1.19 in, sin que cambie la longitud representada. Si este factor se multiplica por la primera razón, no se obtiene un resultado que tenga significado. Note que las unidades se tratan como cantidades algebraicas.

$$(1.19\ \text{in})\left(\frac{1\ \text{in}}{25.4\ \text{mm}}\right) = \cancel{\left(\frac{1.19}{25.4}\right)\left(\frac{\text{in}^2}{\text{mm}}\right)} \qquad \text{¡Erróneo!}$$

Sin embargo, al multiplicarlo por la regunda razón, se obtiene el siguiente resultado:

$$(1.19\ \cancel{\text{in}})\left(\frac{25.4\ \text{mm}}{1\cancel{\text{in}}}\right) = \frac{(1.19)(25.4)}{(1)}\ \text{mm} = 30.2\ \text{mm}$$

Por lo tanto, el diámetro exterior del tubo es 30.2 mm.

A veces es necesario trabajar con cantidades que tienen varias unidades. Por ejemplo, ***velocidad*** se define como *longitud* por unidad de *tiempo* y se puede expresar en *metros por segundo* (m/s), pies por segundo (ft/s) u otras unidades. El mismo procedimiento algebraico resulta útil para la conversión de unidades múltiples.

Estrategia para resolver problemas

Procedimiento para convertir unidades

1. Escriba la cantidad que desea convertir.
2. Defina cada una de las unidades incluidas en la cantidad que va a convertir, en términos de las unidades buscadas.
3. Escriba dos factores de conversión para cada definición, uno de ellos recíproco del otro.
4. Multiplique la cantidad que desea convertir por aquellos factores que cancelen todas las unidades, excepto las buscadas.

EJEMPLO 3-1

Convierta la velocidad de 60 km/h a unidades de metros por segundo.

Solución

Hay que recordar dos definiciones que pueden dar por resultado cuatro factores de conversión.

$$1\ \text{km} = 1000\ \text{m} \begin{array}{l} \nearrow \dfrac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \\ \searrow \dfrac{1\ \text{km}}{1000\ \text{m}} \end{array}$$

$$1\ \text{h} = 3600\ \text{s} \begin{array}{l} \nearrow \dfrac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} \\ \searrow \dfrac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}} \end{array}$$

Se escribe la cantidad que se va a convetir y se escogen los factores de conversión que cancelan las unidades no deseadas.

$$60\ \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\left(\frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}}\right)\left(\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}}\right) = 16.7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A continuación se dan ejemplos adicionales del procedimiento:

$$30\ \frac{\cancel{\text{mi}}}{\cancel{\text{h}}}\left(\frac{5280\ \text{ft}}{1\ \cancel{\text{mi}}}\right)\left(\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{60\ \cancel{\text{min}}}\right)\left(\frac{1\ \cancel{\text{min}}}{60\ \text{s}}\right) = 44\ \text{ft/s}$$

$$20\ \frac{\cancel{\text{lb}}}{\cancel{\text{in}^2}}\left(\frac{1550\ \cancel{\text{in}^2}}{1\ \text{m}^2}\right)\left(\frac{4.448\ \text{N}}{1\ \cancel{\text{lb}}}\right) = 1.38 \times 10^5\ \text{N/m}^2$$

Las definiciones necesarias pueden buscarse en los forros, si no se encuentran en este capítulo.

Cuando se trabaja con fórmulas técnicas, siempre es útil sustituir tanto las unidades como los números. Por ejemplo, la fórmula para la velocidad v es

$$v = \frac{s}{t}$$

donde s es la distancia recorrida en un tiempo t. Así, si un automóvil recorre 400 m en 10 s, su velocidad será

$$v = \frac{400\ \text{m}}{10\ \text{s}} = 40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Note que las unidades de velocidad son metros por segundo, y se escriben m/s.

Cuando aparezca la velocidad en una fórmula, siempre debe tener unidades de *longitud* divididas entre unidades de *tiempo*. Se dice que éstas son las ***dimensiones*** de la velocidad. Puede haber diferentes unidades para una cantidad física, pero las dimensiones son el resultado de una definición y no cambian.

Al trabajar con ecuaciones y fórmulas físicas, es muy útil recordar dos reglas relacionadas con las dimensiones:

Regla 1 **Si se van a sumar o restar dos cantidades, ambas deben expresarse en las mismas dimensiones.**

Regla 2 **Las cantidades a ambos lados del signo de igualdad deben expresarse en las mismas dimensiones.**

EJEMPLO 3-2

Demuestre que la fórmula

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

es dimensionalmente correcta. El símbolo s representa la distancia recorrida en un tiempo t con una aceleración a, a partir de una velocidad inicial v_0. Suponga que la aceleración tiene unidades de metros por segundo al cuadrado (m/s^2).

Solución

Puesto que las unidades de a se especifican, la unidad de longitud debe estar en metros (m) y la unidad de tiempo debe ser segundos (s). Pasando por alto el factor $\frac{1}{2}$, que no tiene dimensiones, se cancelan las unidades de las cantidades en la ecuación

$$\mathrm{m} = \frac{\mathrm{m}}{\cancel{\mathrm{s}}}(\cancel{\mathrm{s}}) + \frac{\mathrm{m}}{\cancel{\mathrm{s}^2}}(\cancel{\mathrm{s}})^{\cancel{2}}$$

Con esto se satisfacen tanto la regla 1 como la regla 2. Por lo tanto, la ecuación es dimensionalmente correcta.

El hecho de que una ecuación sea dimensionalmente correcta es una forma de comprobación. Una ecuación así, puede no ser una ecuación *verdadera*, pero al menos es consistente desde el punto de vista dimensional.

3-7 CANTIDADES VECTORIALES Y ESCALARES

Algunas cantidades pueden describirse totalmente por un número y una unidad. Sólo importan las *magnitudes* en los casos de una área de 12 m^2, un volumen de 40 ft^3, o una distancia de 50 km. Este tipo de cantidades se llaman ***cantidades escalares.***

Una cantidad escalar se especifica totalmente por su magnitud, que consta de un número y una unidad. Por ejemplo: rapidez (15 mi/h), distancia (12 km) y volumen (200 cm^3).

Las cantidades escalares que se miden en las mismas unidades pueden sumarse o restarse en la forma acostumbrada. Por ejemplo,

$$14\ \mathrm{mm} + 13\ \mathrm{mm} = 27\ \mathrm{mm}$$
$$20\ \mathrm{ft}^2 - 4\ \mathrm{ft}^2 = 16\ \mathrm{ft}^2$$

Algunas cantidades físicas, como la fuerza y la velocidad, tienen dirección y además magnitud. Por eso se les llama ***cantidades vectoriales.*** La dirección debe formar parte de cualquier cálculo en el que intervengan dichas cantidades.

Una cantidad vectorial se especifica totalmente por una magnitud y una dirección.* Consiste en un número, una unidad y una dirección. Por ejemplo, desplazamiento (20 m, norte) y velocidad (40 mi/h, 30° NO).

* El autor, como es costumbre en los libros de inglés, especifica un vector por su magnitud y dirección, dando por supuesto un sentido sobre la recta que determina la dirección, en términos de un sistema de referencia (tal idea se encuentra implícita cuando habla de una orientación angular). No obstante, puede decirse que, estrictamente hablando, un vector queda especificado por estas tres características: magnitud, dirección y sentido. (N.E.)

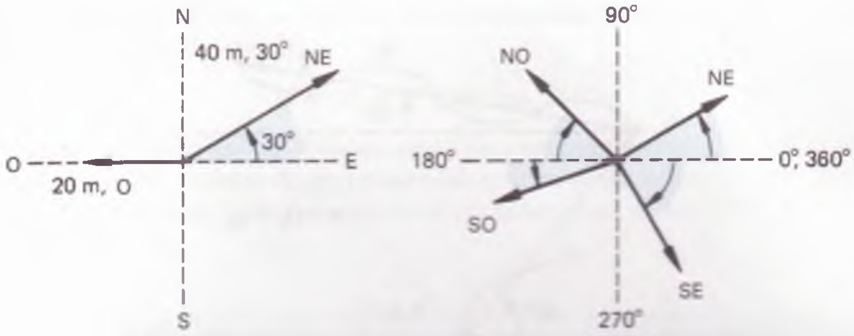


Figura 3-7 La dirección de un vector se indica con referencia al norte (N), sur (S), este (E) y oeste (O).

La dirección de un vector puede indicarse tomando como referencia las direcciones convencionales norte (N), este (E), oeste (O) y sur (S). Considere, por ejemplo, los vectores 20 m, O, y 40 m a 30° NE, como se observa en la figura 3-7. La expresión "al noreste" indica que el ángulo se forma haciendo girar una línea hacia el norte, a partir de la dirección este.

Otro método para especificar la dirección, que más tarde será de gran utilidad, consiste en tomar como referencia líneas perpendiculares llamadas *ejes*. Estas líneas imaginarias suelen ser una horizontal y otra vertical, pero pueden estar orientadas en otras direcciones siempre que sean perpendiculares entre sí. En general, una línea horizontal imaginaria se llama eje x, y una línea vertical imaginaria se llama eje y. En la figura 3-8 las direcciones se indican mediante ángulos medidos en sentido directo, es decir, contrario al avance de las manecillas del reloj, a partir de la posición del eje x positivo; los vectores 40 m a 60° y 50 m a 210° se indican en la figura.

Suponga que una persona viaja en automóvil de Atlanta a St. Louis. El desplazamiento a partir de Atlanta se representa por un segmento de línea, dibujado a escala, que va de Atlanta a St. Louis (*véase* la figura 3-9). Para indicar la dirección se dibuja una punta de flecha en el extremo correspondiente a St. Louis. Es importante notar que el desplazamiento, representado por el vector $\mathbf{D}_1$, es completamente independiente de la trayectoria real o de la forma de transportarse. El odómetro muestra que el automóvil ha recorrido en realidad una distancia escalar s_1 de 541 mi; pero la magnitud del desplazamiento es de sólo 472 mi.

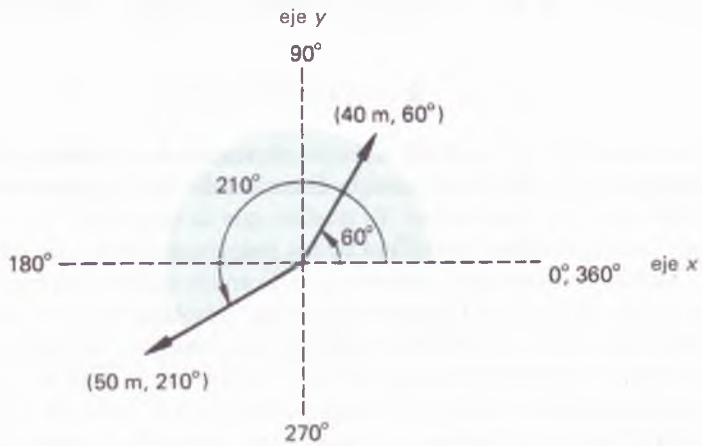


Figura 3-8 La dirección de un vector se indica como un ángulo medido a partir del eje positivo x.

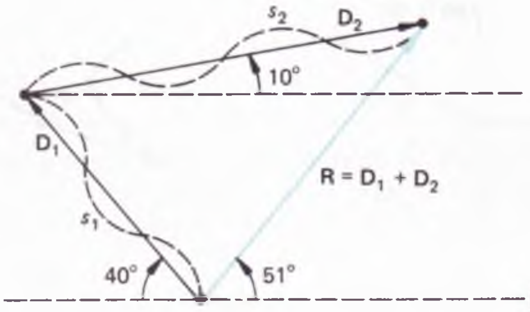


Figura 3-9 El desplazamiento es una cantidad vectorial; su dirección se indica mediante una flecha continua. La distancia es una cantidad escalar, representada con una línea discontinua.

Otra diferencia importante entre un desplazamiento vectorial y un desplazamiento escalar es que la componente del vector tiene una dirección constante de 140° (o 40° NO). Sin embargo, la dirección del automóvil en cada instante del recorrido no es importante cuando se mide la distancia escalar.

Suponga ahora que el viajero continúa su viaje hasta Washington. Esta vez, el vector desplazamiento $\mathbf{D}_2$ es 716 mi en una dirección constante de 10° NE. La correspondiente distancia por tierra s_2 es 793 mi. La distancia total recorrida en todo el viaje, desde Atlanta, es la suma aritmética de las cantidades escalares s_1 y s_2.

$$s_1 + s_2 = 541 \text{ mi} + 793 \text{ mi} = 1334 \text{ mi}$$

En cambio, el *vector suma* de los dos desplazamientos $\mathbf{D}_1$ y $\mathbf{D}_2$ debe tomar en cuenta la dirección, además de las magnitudes. Ahora el problema no es la distancia recorrida, sino el desplazamiento resultante desde Atlanta. Este vector suma aparece en la figura 3-9, representado por el símbolo **R**, donde

$$\mathbf{R} = \mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2$$

Los métodos que se analizarán en la siguiente sección permiten determinar la magnitud y la dirección de **R**. Utilizando una regla y un transportador es posible apreciar que

$$\mathbf{R} = 545 \text{ mi}, 51° \text{ NE}$$

Conviene recordar que cuando se habló de sumas de vectores, se dijo que deben considerarse tanto la magnitud como la dirección de los desplazamientos. Las sumas son geométricas y no algebraicas. Es posible que la magnitud del vector suma sea menor que la magnitud de cualquiera de los desplazamientos componentes.

Por lo común, en materiales impresos se indican los vectores mediante el tipo negritas. Por ejemplo, el símbolo $\mathbf{D}_1$ denota un vector desplazamiento en la figura 3-9. Un vector puede indicarse convenientemente en letra manuscrita subrayando la letra o dibujando una flecha encima de ella. En textos impresos, la magnitud de un vector se indica generalmente en cursivas (itálicas); por lo tanto, D indica la magnitud del vector **D**. Con frecuencia, un vector se especifica con un par de números (R, θ). El primer número y su unidad indican la magnitud, y el segundo número indica el ángulo, medido en sentido contrario al avance de las manecillas del reloj, a partir de la parte positiva del eje x. Por ejemplo,

$$\mathbf{R} = (R, \theta) = (200 \text{ km}, 114°)$$

Observe que la magnitud R de un vector es siempre positiva. Un signo negativo colocado antes del símbolo de un vector sólo invierte su dirección; en otras palabras, invierte la dirección de la flecha, pero no afecta la longitud. Si $\mathbf{A}$ =(10 m, E), entonces $-\mathbf{A}$ sería (10 m, O).

3-8 SUMA O ADICIÓN DE VECTORES POR MÉTODOS GRÁFICOS

En esta sección se estudian dos métodos gráficos muy comunes para hallar la suma geométrica de vectores. El ***método del polígono*** es el más útil, ya que puede aplicarse fácilmente a más de dos vectores. El ***método del paralelogramo*** es conveniente para sumar sólo dos vectores a la vez. En ambos casos, la magnitud de un vector se indica a escala mediante la longitud de un segmento de recta. La dirección se marca colocando una punta de flecha en el extremo del segmento de dicha línea.

Sugerencia de matemáticas

Presentamos aquí algunas sugerencias que conviene recordar al revisar operaciones para ver si el resultado tiene sentido. Menos por menos es igual a más. Un número par multiplicado por un número par da por resultado un número par. De un número par multiplicado por un número impar resulta un número par. De un número impar multiplicado por un número impar resulta un número impar. Dos números entre 0 y 1 al multiplicarse dan por resultado un número más pequeño.

EJEMPLO 3-3

Un barco recorre 100 km hacia el norte durante el primer día de viaje, 60 km al noreste el segundo día, y 120 km hacia el este el tercer día. Encuentre el desplazamiento resultante con el método del polígono.

Solución

Una escala conveniente puede ser 20 km = 1 cm, como se observa en la figura 3-10. Utilizando esta escala, notamos que

$$100 \text{ km} = 100 \cancel{\text{km}} \times \frac{1 \text{ cm}}{20 \cancel{\text{km}}} = 5 \text{ cm}$$

$$60 \text{ km} = 60 \cancel{\text{km}} \times \frac{1 \text{ cm}}{20 \cancel{\text{km}}} = 3 \text{ cm}$$

$$120 \text{ km} = 120 \cancel{\text{km}} \times \frac{1 \text{ cm}}{20 \cancel{\text{km}}} = 6 \text{ cm}$$

Realizando la medición con una regla, a partir del diagrama a escala se observa que la flecha resultante tiene 10.8 cm de longitud. Por lo tanto, la magnitud es

$$10.8 \text{ cm} = 10.8 \cancel{\text{cm}} \times \frac{20 \text{ km}}{1 \cancel{\text{cm}}} = 216 \text{ km}$$

Si se mide el ángulo θ con un transportador, resulta que la dirección es de 41°. Por lo tanto, el desplazamiento resultante es

$$\mathbf{R} = (216 \text{ km}, 41°)$$

Sugerencia de matemáticas

Algunos números representados como fracciones pueden ser mayores que 1. Por ejemplo, 4/3, $\pi/2$ y 12/7 son mayores que 1.

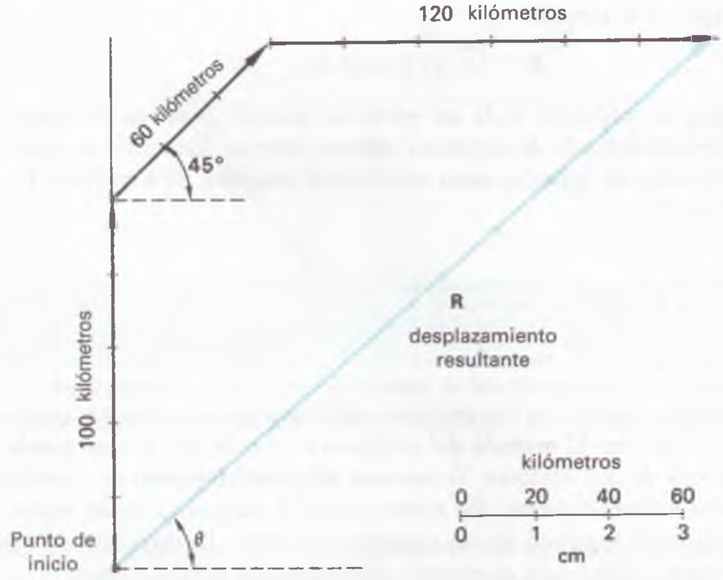


Figura 3-10 Método del polígono para sumar vectores.

Observe que el orden en que se suman los vectores no cambia en absoluto la resultante. Se puede empezar con cualquiera de las tres distancias recorridas por el barco del ejemplo anterior.

Los métodos gráficos sirven para hallar la resultante de todo tipo de vectores. No se limitan tan sólo a la medición de desplazamientos, pues son particularmente útiles para hallar la resultante de numerosas *fuerzas.* Por ahora, consideremos como definición de fuerza un empujón o tirón que tiende a producir movimiento. El vector fuerza se especifica también por medio de un número, unidades correspondientes y ángulo, así como desplazamientos, y se suman de la misma manera que los vectores de desplazamiento.

Estrategia para resolver problemas

El método del polígono para sumar vectores

1. Elija una escala y determine la longitud de las flechas que corresponden a cada vector.
2. Dibuje a escala una flecha que represente la magnitud y dirección del primer vector.
3. Dibuje la flecha del segundo vector de modo que su cola coincida con la punta de la flecha del primer vector.
4. Continúe el proceso de unir el origen de cada vector con las puntas hasta que la magnitud y la dirección de todos los vectores queden bien representadas.
5. Dibuje el vector resultante con el origen (punto de partida) y la punta de flecha unida a la punta del último vector.
6. Mida con regla y transportador para determinar la magnitud y la dirección del vector resultante.

¿Cuál es la fuerza resultante que actúa sobre el burro?

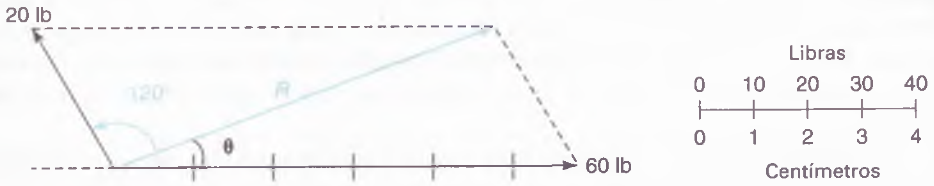


Figura 3-11 Método del paralelogramo para sumar vectores.

En el siguiente ejemplo se determina la fuerza resultante sobre un burro que es jalado en dos direcciones diferentes por dos cuerdas (*véase* la figura 3-11). En esta ocasión se aplicará el *método del paralelogramo*, que sólo es útil para sumar dos vectores a la vez. Cada vector se dibuja a escala y sus colas tienen el mismo origen. Los dos entonces forman dos lados adyacentes de un paralelogramo. Los otros dos lados se construyen trazando líneas paralelas de igual longitud. La resultante se representa mediante la diagonal del paralelogramo, a partir del origen de las dos flechas vectores.

EJEMPLO 3-4

Encuentre la fuerza resultante sobre el burro de la figura 3-11, si el ángulo entre las dos cuerdas es de 120°. En un extremo se jala con una fuerza de 60 lb; y en el otro, con una fuerza de 20 lb.

Solución

Utilizando una escala 1 cm = 10 lb se tiene

$$60\,\cancel{\text{lb}} \times \frac{1\ \text{cm}}{10\,\cancel{\text{lb}}} = 6\ \text{cm} \qquad 20\,\cancel{\text{lb}} \times \frac{1\ \text{cm}}{10\,\cancel{\text{lb}}} = 2\ \text{cm}$$

En la figura 3-11 se construyó un paralelogramo, dibujando a escala las dos fuerzas a partir de un origen común y con un ángulo de 120° entre ellas. Al completar el paralelogramo se puede dibujar la resultante como una diagonal desde el origen. Al medir R y θ con una regla y un transportador se obtienen 52.9 lb para la magnitud y 19.1° para la dirección. Por consiguiente,

$$\mathbf{R} = (52.9\ \text{lb}, 19.1°)$$

Un segundo vistazo al paralelogramo le mostrará que se obtendría la misma respuesta aplicando el método del polígono agregando el vector de 20 lb en el extremo del vector de 60 lb.

3-9 FUERZA Y VECTORES

Laboratorio de bolsillo

Pida a dos estudiantes que sostengan por sus extremos una cuerda resistente de 10 m, cada uno de ellos deberá sostener uno de los extremos. Indique a cada estudiante que tire del extremo que tiene en sus manos. La cuerda quedará tirante. Después, pida a un tercer estudiante que presione hacia abajo, con un dedo, la parte media de la cuerda. ¿Pueden los estudiantes que tiran de los extremos evitar que la cuerda se pandee? Explique el resultado obtenido. (*Respuesta*: Es imposible evitar que el tercer estudiante haga que la cuerda se pandee debido a que los estudiantes que tiran de los extremos no pueden producir una fuerza suficiente, hacia arriba, para contrarrestar la fuerza descendente causada por el dedo que presiona la cuerda.)

Como vimos en la sección anterior, los vectores *fuerza* pueden sumarse gráficamente de la misma manera que sumamos antes en el caso de desplazamientos. En virtud de la importancia de las fuerzas en el estudio de la mecánica, conviene adquirir destreza en las operaciones con vectores, estudiando aplicaciones de fuerza además de las aplicaciones de desplazamiento. Un resorte estirado ejerce fuerzas sobre los dos objetos que están unidos a sus extremos; el aire comprimido ejerce una fuerza sobre las paredes del recipiente que lo contiene, y un tractor ejerce una fuerza sobre el remolque que lleva arrastrando. Tal vez la fuerza más conocida sea la de atracción universal, que ejerce la Tierra sobre todos los cuerpos. A esta fuerza se le llama ***peso*** del cuerpo. Existe una fuerza bien definida aun cuando no estén en contacto la Tierra y los cuerpos que atrae. El peso es una cantidad vectorial dirigida hacia el centro del planeta.

La unidad de fuerza en el Sistema internacional es el newton (N), el cual se definirá de forma adecuada más adelante. Conviene señalar que su relación con la libra es:

$$1\text{ N} = 0.225\text{ lb} \qquad 1\text{ lb} = 4.45\text{ N}$$

Una mujer que pesa 120 lb tiene una equivalencia de 534 N. Si el peso de una llave inglesa es 20 N, pesará unas 4.5 lb en unidades del SUEU. Mientras no llegue el día en que todas las industrias hayan adoptado íntegramente las unidades del SI, la libra seguirá usándose, y con frecuencia será necesario realizar conversiones de unidades. Aquí se utilizarán ambas unidades de fuerza al trabajar con cantidades de vectores.

Dos de los efectos producidos por las fuerzas que pueden medirse son: (1) cambiar las dimensiones o la forma de un cuerpo y (2) cambiar el movimiento del cuerpo. Si en el primer caso no hay un desplazamiento resultante de dicho cuerpo, la fuerza que causa el cambio de forma se llama ***fuerza estática.*** Si una fuerza cambia el movimiento del cuerpo se llama ***fuerza dinámica.*** Ambos tipos de fuerzas se representan convenientemente por medio de vectores, como en el ejemplo 3-4.

La eficacia de cualquier fuerza depende de la dirección en la que actúa. Por ejemplo, es más fácil arrastrar un trineo por el suelo usando una cuerda inclinada, como se observa en la figura 3-12, que si se le empuja. En cada caso, la fuerza aplicada produce más de un solo esfuerzo. Dicho de otro modo, la fuerza ejercida sobre la cuerda levanta el trineo y lo mueve hacia adelante al mismo tiempo. En forma similar, al empujar el trineo se produce el efecto de añadirle peso. Esto nos lleva a la idea de las ***componentes de una fuerza:*** los valores reales de una fuerza en direcciones diferentes a la de la fuerza misma. En la figura 3-12, la fuerza $\boldsymbol{F}$ puede remplazarse por sus componentes horizontal y vertical, $\boldsymbol{F}_x$ y $\boldsymbol{F}_y$.

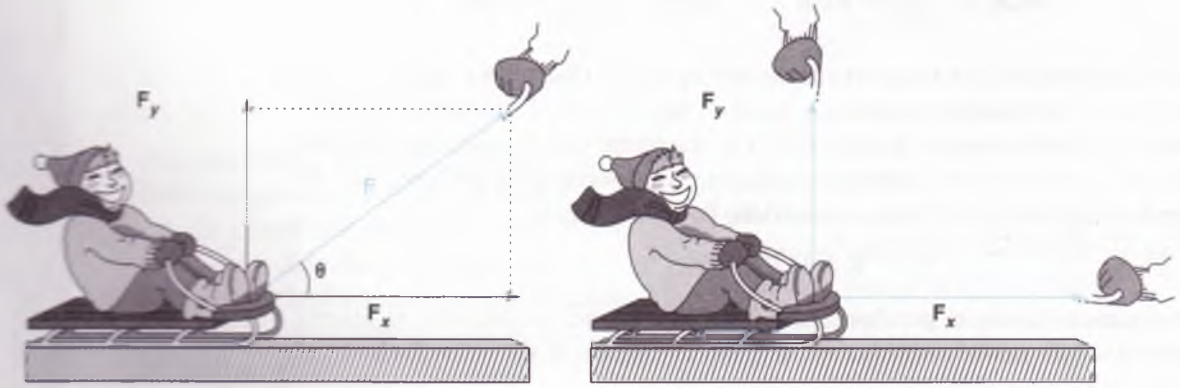


Figura 3-12 La fuerza **F** que actúa a un ángulo θ puede ser remplazada por sus componentes horizontal y vertical, $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$.

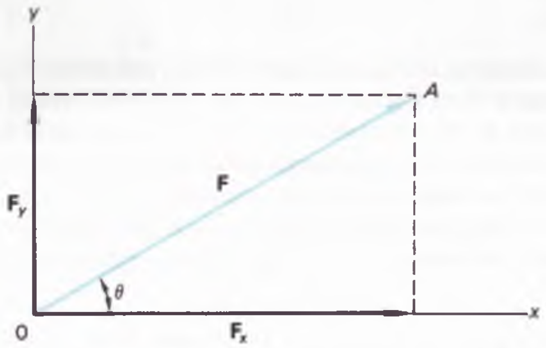


Figura 3-13 Representación gráfica de las componentes *x* y *y* de F.

Si una fuerza se representa gráficamente por su magnitud y un ángulo (R, θ), se pueden determinar sus componentes a lo largo de las direcciones *x* y *y*. Una fuerza F actúa con un ángulo θ sobre la horizontal, como se indica en la figura 3-13. El significado de las componentes *x* y *y*, F_x y F_y, se puede apreciar en este diagrama. El segmento que va desde *0* hasta el pie de la perpendicular que baja de *A* al eje *x*, se llama componente *x* de F y se indica como F_x. El segmento que va desde *0* hasta el pie de la perpendicular al eje y que parte de *A* se llama componente *y* de F y se suele indicar como F_y. Si se dibujan los vectores a escala, se puede determinar gráficamente la magnitud de las componentes. Estas dos componentes, actuando juntas, tienen el mismo efecto que la fuerza original F.

P.S.I.

Los montañistas usan una combinación de fuerzas para ascender por superficies empinadas. Al presionar sobre rocas que sobresalen, los escaladores usan las fuerzas horizontal y vertical de las rocas para impulsarse hacia arriba.

EJEMPLO 3-5

Una cortadora de césped se empuja hacia abajo con una fuerza de 40 N, en un ángulo de 50° con respecto a la horizontal. ¿Cuál es la magnitud del efecto horizontal de esta fuerza?

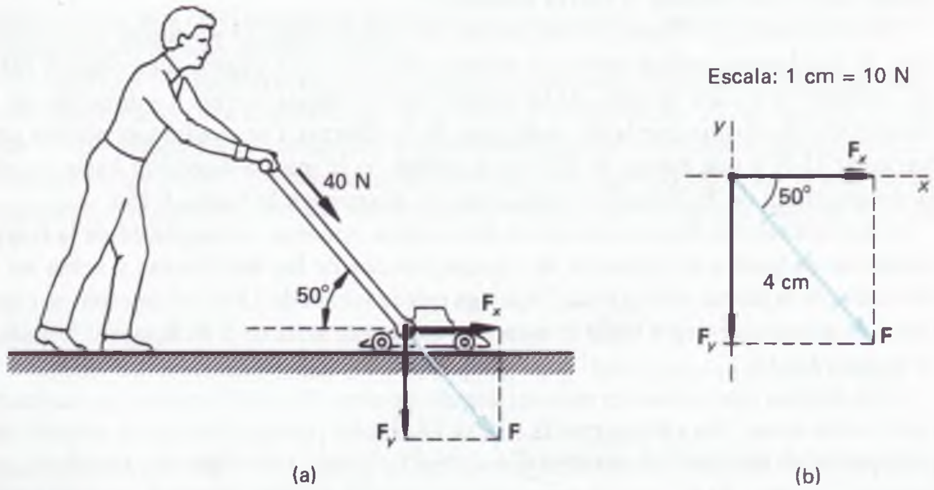


Figura 3-14 Obtención de las componentes de una fuerza por el método gráfico.

P.S.I.

Tanto una escalera eléctrica como una montaña rusa transportan personas. En una escalera eléctrica, la gente siente su peso normal porque se mueve a velocidad constante. Una montaña rusa acelera y desacelera; por eso la gente se siente más pesada o más ligera a medida que cambia la velocidad.

Solución

Se dibuja un diagrama como en la figura 3-14*a* para traducir el problema de las palabras a la imagen. Con frecuencia, este procedimiento ayuda a comprender el problema. La fuerza de 40 N se transmite a través del manubrio hasta el cuerpo de la podadora. En la figura 3-14*b* se presenta un diagrama vertical. Para dibujar el diagrama con precisión se utilizan una regla y un transportador. Una escala de 1 cm = 10 N resulta conveniente para este ejemplo. El efecto horizontal de la fuerza de 40 N es la componente *x*, como se acota en la figura. Este segmento de línea mide

$$F_x = 2.57 \text{ cm}$$

Puesto que 1 cm = 10 N, se obtiene

$$F_x = 2.57\,\cancel{\text{cm}}\,\frac{10\text{ N}}{1\,\cancel{\text{cm}}} = 25.7\text{ N}$$

Observe que la fuerza real es bastante menor que la fuerza aplicada. Como ejercicio adicional, demuestre que la magnitud de la componente *descendente* de la fuerza de 40 N es $F_y = 30.6$ N.

3-10 LA FUERZA RESULTANTE

Cuando dos o más fuerzas actúan sobre un mismo punto de un objeto, se dice que son ***fuerzas concurrentes.*** El efecto combinado de tales fuerzas se llama ***fuerza resultante.***

> **La fuerza resultante es la fuerza individual que produce el mismo efecto tanto en la magnitud como en la dirección que dos o más fuerzas concurrentes.**

Las fuerzas resultantes pueden calcularse gráficamente representando cada fuerza concurrente como un vector. Con el método del polígono o del paralelogramo para sumar vectores se obtiene la fuerza resultante.

Con frecuencia las fuerzas actúan sobre una misma línea, ya sea juntas o en oposición. Si dos fuerzas actúan sobre un mismo objeto en una misma dirección, la fuerza resultante es igual a la suma de las magnitudes de dichas fuerzas. La dirección de la resultante es la misma que la de cualquiera de las fuerzas. Por ejemplo, considere una fuerza de 15 N y una fuerza de 20 N que actúan en la misma dirección hacia el este. Su resultante es de 35 N hacia el este, como se observa en la figura 3-15*a*.

Si las mismas dos fuerzas actúan en direcciones opuestas, la magnitud de la fuerza resultante es igual a la *diferencia* de las magnitudes de las dos fuerzas y actúa en la dirección de la fuerza más grande. Suponga que la fuerza de 15 N del ejemplo se cambiara, de modo que tirara hacia el oeste. La resultante sería de 5 N, E, como se indica en la figura 3-15*b*.

Si las fuerzas que actúan forman un ángulo de entre 0° y 180° entre sí, su resultante es el vector suma. Para encontrar la fuerza resultante puede utilizarse el método del polígono o el método del paralelogramo. En la figura 3-15*c*, las dos fuerzas mencionadas, de 15 y 20 N, actúan formando un ángulo de 60° entre sí. La fuerza resultante, calculada por el método del paralelogramo, resulta ser de 30.4 N a 34.7°.

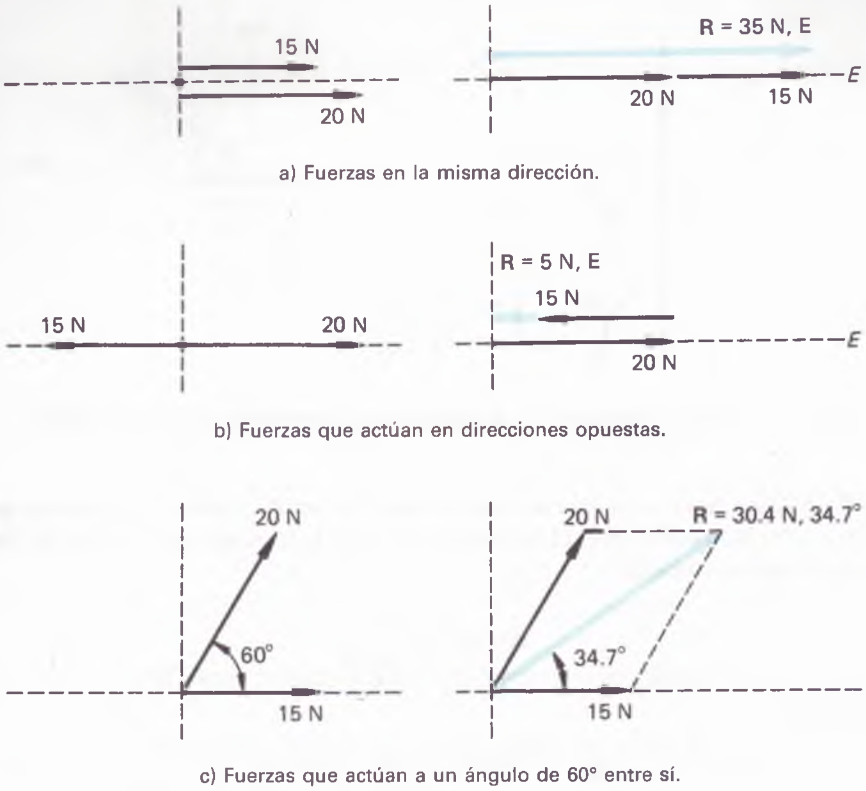


Figura 3-15 Efecto de la dirección sobre la resultante de dos fuerzas.

3-11 TRIGONOMETRÍA Y VECTORES

El tratamiento gráfico de los vectores es conveniente para visualizar las fuerzas, pero con frecuencia no es muy preciso. Un método mucho más útil consiste en aprovechar la trigonometría del triángulo rectángulo simple, procedimiento que en gran medida se ha simplificado, gracias a las calculadoras actuales. El conocimiento del *teorema de Pitágoras* y cierta experiencia en el manejo de las funciones *seno, coseno* y *tangente* es todo lo que se requiere para el estudio de esta unidad.

Los métodos trigonométricos pueden mejorar la precisión y la rapidez al determinar el vector resultante o para encontrar las componentes de un vector. En la mayoría de los casos, es útil utilizar ejes x y y imaginarios cuando se trabaja con vectores en forma analítica. Cualquier vector puede dibujarse haciendo coincidir su origen con el cruce de esas líneas imaginarias. Las componentes del vector pueden verse como efectos a lo largo de los ejes x y y.

EJEMPLO 3-6

¿Cuáles son las componentes x y y de una fuerza de 200 N, con un ángulo de 60°?

Solución

Se dibuja un diagrama ubicando el origen del vector de 200 N en el centro de los ejes x y y (*véase* la figura 3-16).

EL USO DE LA CALCULADORA

Aunque en este libro la mayoría de los ángulos se presentan en grados, algunos pueden expresarse en radianes. No olvide esto cuando realice cálculos donde intervengan ángulos. Su calculadora tiene tres formas de indicar ángulos: DEG (grados), RAD (radianes), y GRAD (gradientes). Revise el manual de uso de su calculadora para saber cómo cambiar de una notación a otra. Asegúrese de que la calculadora y el tipo de los ángulos del problema concuerden.

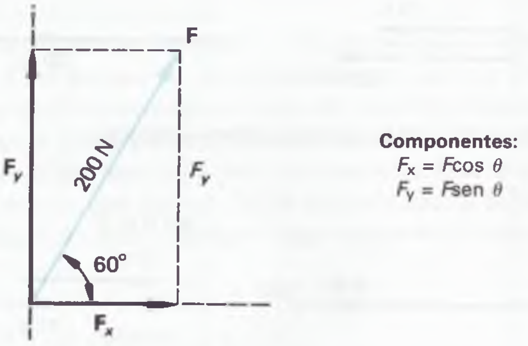


Figura 3-16 Uso de la trigonometría para encontrar las componentes *x* y *y* de un vector.

En primer lugar se calcula la componente *x*, o sea F_x, tomando en cuenta que se trata del lado adyacente. El vector de 200 N es la hipotenusa. Si se usa la función coseno, se obtiene

$$\cos 60^\circ = \frac{F_x}{200\ \text{N}}$$

por lo cual

$$F_x = (200\ \text{N})\cos 60^\circ = 100\ \text{N}$$

Para estos cálculos notamos que el lado opuesto a 60° es igual en longitud a F_y. Por consiguiente, escribimos

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{F_y}{200\ \text{N}}$$

o bien

$$F_y = (200\ \text{N})\ \text{sen } 60^\circ = 173.2\ \text{N}$$

En general, podemos escribir las componentes *x* y *y* de un vector en términos de su magnitud F y su dirección θ:

$$F_x = F\cos\theta \qquad F_y = F\ \text{sen}\ \theta$$

Componentes de un vector 3-1

donde θ es el ángulo entre el vector y el lado positivo del eje *x*, medido en dirección contraria a las manecillas del reloj.

El signo de una componente dada se determina a partir de un diagrama de vectores. Las cuatro posibilidades se presentan en la figura 3-17. La magnitud de la componente puede hallarse utilizando el ángulo agudo ϕ cuando el ángulo θ es mayor de 90°.

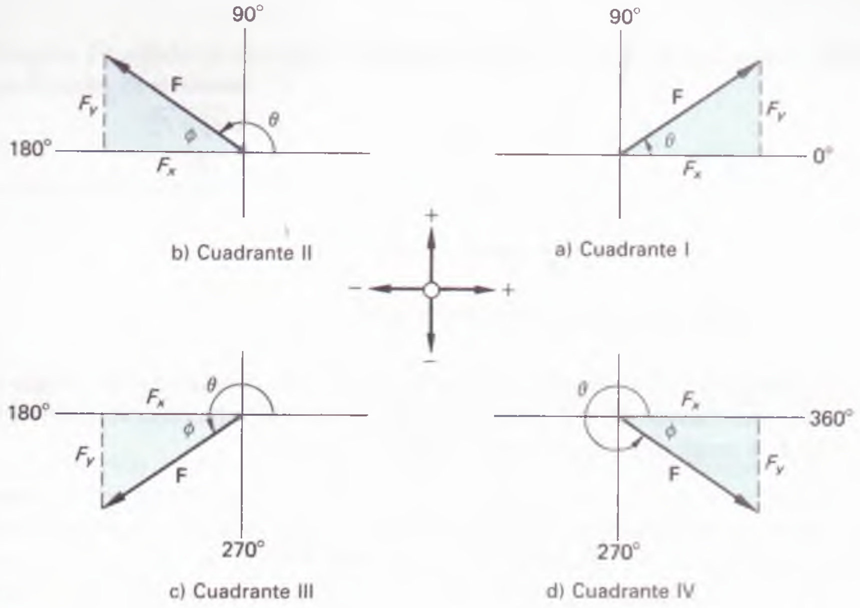


Figura 3-17 a) En el primer cuadrante, el ángulo θ está entre 0° y 90°; tanto F_x como F_y son positivas.
b) En el segundo cuadrante el ángulo θ está entre 90° y 180°; F_x es negativa F_y es negativa.
c) En el tercer cuadrante el ángulo θ está entre 180° y 270°; F_x y F_y son negativas.
d) En el cuarto cuadrante el ángulo θ está entre 270° y 360°; F_x es positiva y F_y es negativa.

EJEMPLO 3-7

Encuentre las componentes x y y de una fuerza de 400 N a un ángulo de 220° a partir del eje x positivo.

Solución

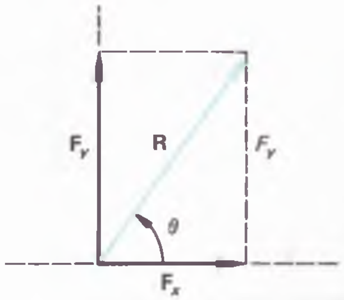
Consulte la figura 3-17c que describe este problema, donde $\theta = 220°$. El ángulo agudo ϕ se encontró mediante la referencia a 180°.

$$\phi = 220° - 180° = 40°$$

En la figura se observa que ambas componentes F_x y F_y son negativas.

$$\begin{aligned} F_x &= -|F \cos \phi| = -(400 \text{ N}) \cos 40° \\ &= -(400 \text{ N})(0.766) = -306 \text{ N} \\ F_y &= -|F \operatorname{sen} \phi| = -(400 \text{ N}) \operatorname{sen} 40° \\ &= -(400 \text{ N})(0.643) = -257 \text{ N} \end{aligned}$$

Note que los signos se determinaron a partir de la figura 3-17. Con muchos tipos de calculadora tanto la magnitud como el signo de F_x y F_y se obtienen en forma directa a partir de la ecuación (3-1), utilizando $\theta = 220°$. Compruebe este hecho.



Resultante (R, θ):

$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

$\tan \theta = \dfrac{F_y}{F_x}$

Figura 3-18 La resultante de dos vectores perpendiculares.

La trigonometría también es útil para calcular la fuerza resultante. En el caso especial en que dos fuerzas $\boldsymbol{F_x}$ y $\boldsymbol{F_y}$ son perpendiculares entre sí, como se observa en la figura 3-18, la resultante (R, θ) se puede hallar a partir de

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \qquad \tan \theta = \frac{F_y}{F_x} \tag{3-2}$$

Si $\boldsymbol{F_x}$ o $\boldsymbol{F_y}$ es negativa, generalmente es más fácil determinar el ángulo agudo ϕ como se indica en la figura 3-17. El signo (o dirección) de las fuerzas $\boldsymbol{F_x}$ y $\boldsymbol{F_y}$ determina cuál de los cuatro cuadrantes se va a usar. Entonces, la ecuación (3-2) se convierte en

$$\tan \phi = \left| \frac{F_y}{F_x} \right|$$

Sólo se necesitan los valores absolutos de F_x y F_y. Si se desea, se puede determinar el ángulo θ del eje x positivo. En cualquiera de los casos se debe identificar claramente la dirección.

EJEMPLO 3-8

¿Cuál es la resultante de una fuerza de 5 N dirigida horizontalmente a la derecha y una fuerza de 12 N dirigida verticalmente hacia abajo?

Solución

Márquense las dos fuerzas $\boldsymbol{F_x} = 5$ N y $\boldsymbol{F_y} = -12$ N (hacia abajo). Dibuje un diagrama de la situación descrita en la figura 3-17*d*. La magnitud de la resultante $\boldsymbol{R}$ se encuentra a partir de la ecuación (3-2):

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5\text{ N})^2 + (-12\text{ N})^2}$$
$$= \sqrt{25\text{ N}^2 + 144\text{ N}^2} = \sqrt{169\text{ N}^2} = 13\text{ N}$$

Para encontrar la dirección de $\boldsymbol{R}$, primero se determina el ángulo agudo ϕ:

$$\tan \phi = \left| \frac{-12\text{ N}}{5\text{ N}} \right| = 2.4$$

$$\phi = 67.4^\circ \text{ debajo del eje } x \text{ positivo}$$

El ángulo θ medido en dirección opuesta a las manecillas del reloj a partir del eje x positivo es

$$\theta = 360° - 67.4° = 292.6°$$

La fuerza resultante es 13 N a 292.6°.

3-12 EL MÉTODO DE COMPONENTES PARA LA SUMA O ADICIÓN DE VECTORES

Con frecuencia sobre un cuerpo actúan diversas fuerzas con magnitudes, direcciones y puntos de aplicación diferentes. Las fuerzas que se intersecan en un punto común o que tienen el mismo punto de aplicación se denominan ***fuerzas concurrentes***. Cuando tales fuerzas no son perpendiculares entre sí, puede ser más difícil calcular la resultante. Los vectores no siempre se ubican a lo largo de los ejes x o y. El método de las componentes para sumar vectores es necesario para resolver este tipo de casos más generales. Considere los vectores ***A***, ***B*** y ***C*** de la figura 3-19. La resultante ***R*** es el vector suma ***A*** + ***B*** + ***C***. Sin embargo, ***A*** y ***B*** no coinciden con un eje y no se pueden sumar en la forma usual.

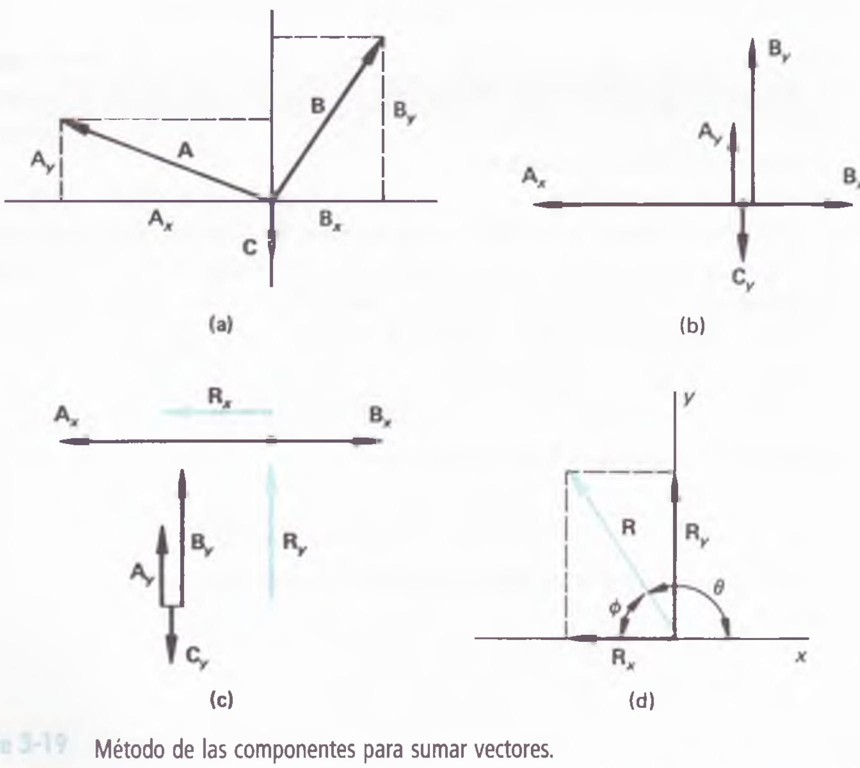


Figura 3-19 Método de las componentes para sumar vectores.

Estrategia para resolver problemas

Método de componentes para sumar vectores

(Los pasos se muestran gráficamente en la figura 3-19.)

1. Dibuje cada vector a partir del cruce de los ejes imaginarios x y y.
2. Encuentre las componentes x y y de cada vector.
3. Halle la componente x de la resultante, sumando las componentes x de todos los vectores. (Las componentes a la derecha son positivas, y las que están a la izquierda son negativas.)

$$R_x = A_x + B_x + C_x$$

4. Encuentre la componente y de la resultante sumando las componentes y de todos los vectores. (Las componentes hacia arriba son positivas y las que van hacia abajo negativas.)

$$R_y = A_y + B_y + C_y$$

5. Determine la magnitud y dirección de la resultante a partir de sus componentes perpendiculares $\boldsymbol{R}_x$ y $\boldsymbol{R}_y$.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \qquad \tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$$

EJEMPLO 3-9

Tres sogas están atadas a una estaca, y sobre ella actúan tres fuerzas: $\boldsymbol{A}$ = 20 lb, E; $\boldsymbol{B}$ = 30 lb, 30° NO; y $\boldsymbol{C}$ = 40 lb, 52° SO. Determine la fuerza resultante.

Solución

Siga los pasos descritos en la estrategia para resolver problemas.

1. Dibuje una figura representativa de cada fuerza (figura 3-20*a*). Se deben tener presentes dos cosas en la figura: *a*) todos los ángulos quedan determinados por el eje *x*, y *b*) las componentes de cada vector se indican como opuestas y adyacentes a ángulos conocidos.
2. Encuentre las componentes x y y para cada vector (*véase* la figura 3-20*b*, *c* y *d*). Note que la fuerza $\boldsymbol{A}$ no tiene componente y. Se debe tener cuidado para asignar el signo correcto a cada componente. Por ejemplo, B_x, C_x y C_y son negativas. Los resultados aparecen en la tabla 3.5.
3. Sume las componentes x para obtener $\boldsymbol{R}_x$.

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x + C_x \\ &= 20\text{ lb} - 26\text{ lb} - 24.6\text{ lb} = -30.6\text{ lb} \end{aligned}$$

4. Sume las componentes y para obtener $\boldsymbol{R}_y$.

$$\begin{aligned} R_y &= A_y + B_y + C_y \\ &= 0 + 15\text{ lb} - 31.5\text{ lb} = -16.5\text{ lb} \end{aligned}$$

5. Ahora encuentre $\boldsymbol{R}$ y θ a partir de $\boldsymbol{R}_x$ y $\boldsymbol{R}_y$ (véase la figura 3-21):

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-30.6)^2 + (-16.5)^2} \\ &= \sqrt{936.4 + 272.2} = 34.8\text{ lb} \end{aligned}$$

$$\tan \phi = \left| \frac{R_y}{R_x} \right| = \left| \frac{-16.5}{-30.6} \right| = 0.539$$

$$\phi = 28.3° \text{ SO (o } 208.3°)$$

Por consiguiente, la fuerza resultante es 34.8 lb a 28.3° SO.

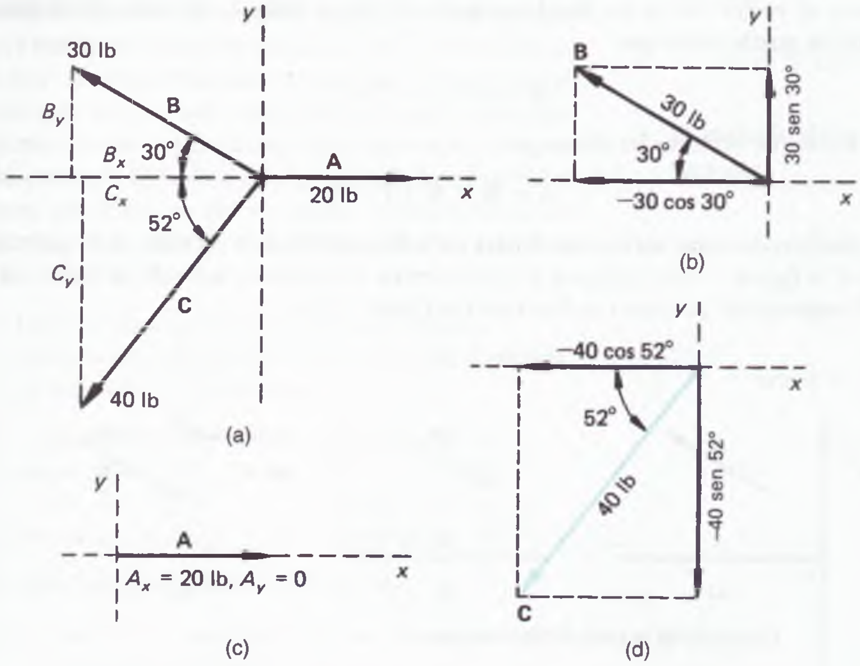


Figura 3-20 Cálculo de las componentes *x* y *y* de todos los vectores.

TABLA 3-5 Tabla de componentes

Fuerza	ϕ_x	Componente *x*	Componente *y*
$A = 20$ lb	0°	$A_x = 20$ lb	$A_y = 0$
$B = 30$ lb	30°	$B_x = -(30 \text{ lb})(\cos 30°)$ $= -26.0$ lb	$B_y = (30 \text{ lb})(\text{sen } 30°)$ $= 15$ lb
$C = 40$ lb	52°	$C_x = (40 \text{ lb})(\cos 52°)$ $= -24.6$ lb	$C_y = (-40 \text{ lb})(\text{sen } 52°)$ $= -31.5$ lb
		$R_x = \sum F_x = -30.6$ lb	$R_y = \sum F_y = -16.5$ lb

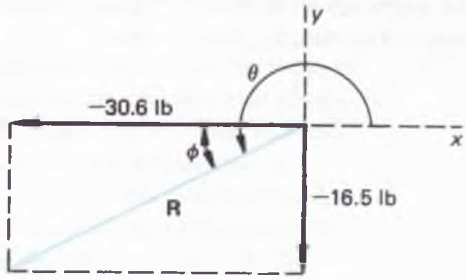


Figura 3-21

3-13 RESTA O SUSTRACCIÓN DE VECTORES

Cuando estudiemos la velocidad relativa, la aceleración y algunas otras cantidades, será necesario encontrar la diferencia entre dos cantidades vectoriales. La resta de dos vectores se logra sumando un vector al negativo del otro. El negativo de un vector se determina construyendo un vector igual en magnitud, pero de dirección opuesta. Por ejemplo, si $\boldsymbol{A}$ es un vector cuya magnitud es 40 m y cuya dirección es hacia el este, entonces el vector $-\boldsymbol{A}$ es un desplazamiento de 40 m dirigido al oeste. Igual que en álgebra, se puede decir que

$$a - b = a + (-b)$$

y en la resta de vectores tenemos que

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

El proceso de restar vectores se ilustra en la figura 3-22. Los vectores dados se muestran en la figura 3-22*a*; la figura 3-22*b* muestra los vectores $\boldsymbol{A}$ y $-\boldsymbol{B}$. El vector suma por el método del polígono se ilustra en la figura 3-22*c*.

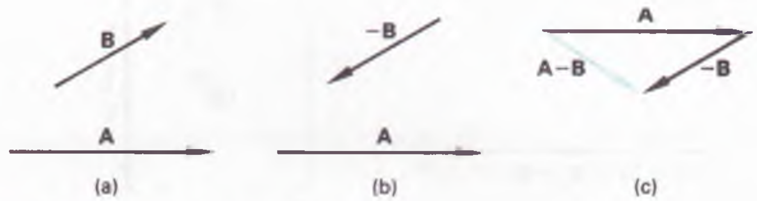


Figura 3-22 Obtención de la resta de dos vectores.

CUESTIONES DE FÍSICA

¿Pasaron a la historia los maniquíes en las pruebas de choques?
En las instalaciones de diseño de BMW en Munich, Alemania, avanzadas supercomputadoras y estaciones de trabajo de alta potencia realizan simulacros de colisiones para ayudar en el diseño de vehículos más seguros. Los cálculos que estos ingenieros programan en las computadoras se basan en los métodos de la suma vectorial de fuerzas. Aunque no es probable que los simulacros por computadora hagan que los maniquíes para pruebas de choques caigan en desuso, las pruebas por computadora pueden hacer que en las pruebas de choque se presenten menos sorpresas de las que obligan a los diseñadores a comenzar todo de nuevo desde el tablero de diseño.

Resumen y repaso

Resumen

La medición técnica es esencial para el campo de aplicaciones de la física. Hemos aprendido que hay siete unidades fundamentales y que cada una de ellas tiene una sola unidad aprobada en el SI. En mecánica, las tres cantidades fundamentales para la mayor parte de las aplicaciones son la longitud, la masa y el tiempo. Algunas de las aplicaciones incluyen *vectores* y otras sólo *escalares.* Debido a que las cantidades vectoriales tienen dirección, se deben sumar o restar mediante métodos especiales. Los siguientes puntos resumen esta unidad de estudio:

- Los prefijos del SI utilizados para expresar múltiplos y submúltiplos de las unidades básicas se indican a continuación:

giga (G) $= 10^9$	mili (m) $= 10^{-3}$
mega (M) $= 10^6$	micro (μ) $= 10^{-6}$
kilo (k) $= 10^3$	nano (n) $= 10^{-9}$
centi (c) $= 10^{-2}$	pico (p) $= 10^{-12}$

- Para convertir una unidad en otra:
  a. Escriba la cantidad que se desea convertir (número y unidad).
  b. Reúna las definiciones necesarias.
  c. Forme dos factores de conversión para cada definición.
  d. Multiplique la cantidad que se va a convertir por aquellos factores de conversión que cancelen todas las unidades, menos las deseadas.
- **Método del polígono** para sumar vectores: El ***vector resultante*** se obtiene dibujando cada vector a escala, colocando el origen de un vector en la punta de la flecha del otro hasta que todos los vectores queden representados. La resultante es la línea recta que se dibuja a partir del origen del primer vector hasta la punta del último (figura 3-23).
- **Método del paralelogramo** para sumar vectores: La resultante de sumar dos vectores es la diagonal de un paralelogramo que se forma tomando los dos vectores como lados adyacentes. La dirección se indica en el punto más lejano del origen común de los dos vectores (figura 3-24).
- Las **componentes** x y y de un vector ($\boldsymbol{R}, \theta$):

$$R_x = R\cos\theta \qquad R_y = R\,\text{sen}\,\theta$$

- La **resultante** de dos vectores perpendiculares ($\boldsymbol{R}_x, \boldsymbol{R}_y$):

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \qquad \tan\phi = \frac{R_y}{R_x}$$

- El **método de las componentes** para sumar vectores:

$$R_x = A_x + B_x + C_x + \cdots$$
$$R_y = A_y + B_y + C_y + \cdots$$
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$
$$\tan\phi = \frac{R_y}{R_x}$$

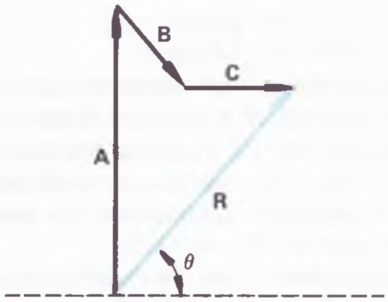


Figura 3-23

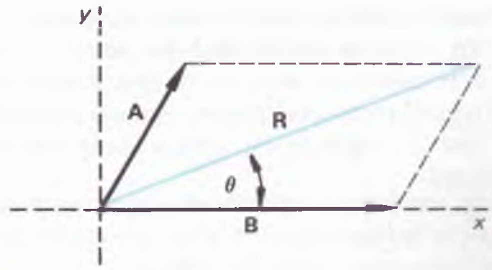


Figura 3-24

Conceptos Clave

1. cantidad fundamental
2. unidades del SI
3. factor de conversión
4. dimensiones
5. cantidad vectorial
6. cantidad escalar
7. componentes
8. vector resultante
9. fuerzas concurrentes
10. método del polígono
11. método del paralelogramo
12. método de las componentes

Preguntas de repaso

3-1. Exprese las siguientes mediciones en la forma del SI apropiada, empleando los prefijos adecuados. El símbolo de la unidad básica se presenta entre paréntesis:
a. 298 000 metros (m)
b. 7600 volts (V)
c. 0.000067 amperes (A)
d. 0.0645 newtons (N)
e. 43 000 000 gramos (g)
f. 0.00000065 farads (F)

3-2. ¿Cuáles son las tres cantidades fundamentales que aparecen en la definición de la mayor parte de las leyes de la mecánica? Mencione las tres unidades fundamentales que están asociadas a cada una de las cantidades en los sistemas de unidades del SI y del SUEU.

3-3. Una unidad de capacidad calórica específica es cal/g · °C. ¿Cuántas definiciones se necesitan para convertir estas unidades en sus unidades correspondientes en el SUEU, sistema en el cual las unidades son Btu/lb · °F? Muestre por medio de una serie de productos de qué manera llevaría usted a cabo esta conversión.

3-4. En virtud de que las unidades para s, v, a y t son respectivamente metros (m), metros por segundo (m/s), metros por segundo cuadrado (m/s^2) y segundos (s), ¿cuáles son las dimensiones de cada cantidad? Acepte o rechace usted las siguientes ecuaciones después de haber realizado un análisis dimensional:
a. $s = vt + \frac{1}{2}at^2$ **c.** $v_f = v_0 + at^2$
b. $2as = {}^2_f - v_0^2$ **d.** $s = vt + 4at^2$

3-5. Señale la diferencia entre cantidades vectoriales y escalares, y cite ejemplos de cada una. Explique la diferencia entre sumar vectores y sumar escalares. ¿Es posible que la suma de dos vectores tenga una magnitud menor que cualquiera de los vectores originales?

3-6. ¿Cuáles son las resultantes mínima y máxima de dos fuerzas de 10 N y 7 N si ambas están actuando sobre el mismo objeto?

3-7. Busque la sección dedicada a las coordenadas rectangulares y polares en un libro de matemáticas. ¿Qué semejanzas observa entre las componentes de un vector y las coordenadas rectangulares y polares de un punto?

3-8. Si un vector tiene una dirección de 230° a partir del eje x positivo, ¿qué signos tendrán sus componentes x y y? Si la razón R_y/R_x es negativa, ¿cuáles son los ángulos posibles de R, medidos a partir del eje x positivo?

Nota: En este y otros capítulos se supone que todos los números son precisos hasta tres dígitos significativos, a menos que se indique otra cosa. Se proporcionan las respuestas a los problemas con números impares y algunas de las preguntas para la reflexión crítica.

Problemas

Sección 3.6 —Conversiones de unidades

3-1. Una cancha de fútbol tiene 100 m de largo y 60 m de ancho. ¿Cuáles son la longitud y la anchura de la cancha en pies (ft)? *Resp.* 328 ft, 197 ft

3-2. El mango de una llave inglesa mide 8 in. ¿Cuál es la longitud de dicho mango en centímetros?

3-3. Un monitor de 19 in para computadora tiene una sección efectiva de imagen que mide 18 in en diagonal. Exprese esta distancia en metros. *Resp.* 0.457 m

3-4. La longitud de una libreta es 234.5 mm y su anchura es 158.4 mm. Exprese al área superficial de la libreta en metros cuadrados.

3-5. Un cubo tiene 5 in por lado. ¿Cuál es el volumen del cubo en unidades del SI y en unidades del SUEU? Resp. 0.00205 m^3, 0.0723 ft^3

3-6. En una carretera interestatal se ha impuesto un límite de rapidez de 75 mi/h. (**a**) ¿A cuánto equivale esta rapidez en kilómetros por hora? (**b**) ¿Y en pies por segundo?

3-7. Un motor Nissan tiene 1600 cm^3 de cilindrada (volumen) y un diámetro interior de 84 mm. Exprese estas medidas en pulgadas cúbicas y en pulgadas.

Resp. 97.6 in^3, 3.31 in

3-8. Un electricista tiene que instalar un cable subterráneo desde la carretera hasta una vivienda que se localiza a una distancia de 1.20 mi en el bosque. ¿Cuántos pies de cable va a necesitar?

3-9. Un galón estadounidense tiene un volumen equivalente a 231 in^3. ¿Cuántos galones se necesitan para rellenar un depósito que mide 18 in de largo, 16 in de ancho y 12 in de alto?

Resp. 15.0 gal

3-10. La densidad del bronce es de 8.89 g/cm^3. ¿Cuál es su densidad en kilogramos por metro cúbico?

Sección 3.8 — Suma de vectores por métodos gráficos

3-11. Una mujer camina 4 km hacia el este y después camina 8 km hacia el norte. (**a**) Aplique el método del polígono para hallar su desplazamiento resultante. (**b**) Compruebe el resultado con el método del paralelogramo.

Resp. 8.94 km, 63.4° NE

3-12. En la superficie de Marte, un vehículo se desplaza una distancia de 38 m a un ángulo de 180°. Después vira y recorre una distancia de 66 m a un ángulo de 270°. ¿Cuál fue su desplazamiento desde el punto de partida?

3-13. Un agrimensor inicia su tarea en la esquina sudeste de una parcela y registra los siguientes desplazamientos: A = 600 m, N; B = 400 m, O; C = 200 m, S; y D = 100 m, E. ¿Cuál es el desplazamiento neto desde el punto de partida? Resp. 500 m, 126.9°

3-14. Una fuerza descendente de 200 N actúa en forma simultánea con una fuerza de 500 N dirigida hacia la izquierda. Aplique el método del polígono para encontrar la fuerza resultante.

3-15. Las tres fuerzas siguientes actúan simultáneamente sobre el mismo objeto: A = 300 N, 30° NE; B = 600 N, 270°; y C = 100 N hacia el este. Halle la fuerza resultante mediante el método del polígono. Resp. 576 N, 51.4° SE

3-16. Una embarcación navega una distancia de 200 m hacia el oeste, después avanza hacia el norte 400 m y finalmente 100 m a 30° SE. ¿Cuál es su desplazamiento neto?

3-17. Dos cuerdas ***A*** y ***B*** están atadas a un gancho de amarre, de manera que se ha formado un ángulo de 60° entre las dos cuerdas. La tensión sobre la cuerda ***A*** es de 80 lb y la tensión sobre la cuerda ***B*** es de 120 lb. Utilice el método del paralelogramo para hallar la fuerza resultante sobre el gancho. Resp. 174 lb

3-18. Dos fuerzas ***A*** y ***B*** actúan sobre el mismo objeto y producen una fuerza resultante de 50 lb a 36.9° NO. La fuerza ***A*** = 40 lb se dirige hacia el oeste. Halle la magnitud y la dirección de la fuerza ***B***.

Sección 3.11 — Trigonometría y vectores

3-19. Halle los componentes *x* y *y* de (**a**) un desplazamiento de 200 km a 34°, (**b**) una velocidad de 40 km/h a 120° y (**c**) una fuerza de 50 N a 330°.

Resp. 166 km, 112 km; −20 km/h, 34.6 km/h; 43.3 N, −25 N

3-20. Un trineo es arrastrado con una fuerza de 540 N y su dirección forma un ángulo de 40° con respecto a la horizontal. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la fuerza descrita?

3-21. El martillo de la figura 3-25 aplica una fuerza de 260 N en un ángulo de 15° con respecto a la vertical. ¿Cuál es la componente ascendente de la fuerza ejercida sobre el clavo? Resp. 251 N

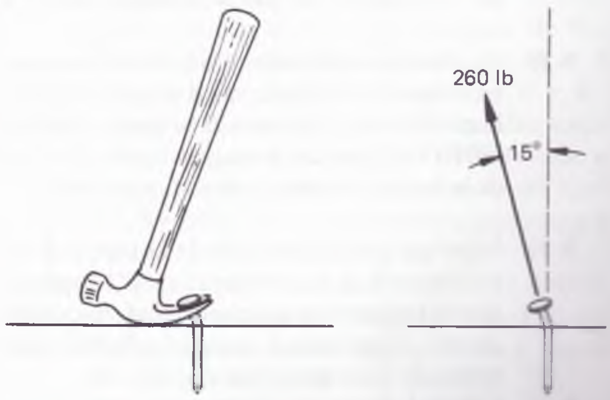


Figura 3-25

Resumen y repaso

3-22. Una persona corre al trote 2.0 mi hacia el oeste y después 6.0 mi hacia el norte. Encuentre la magnitud y la dirección del desplazamiento resultante.

3-23. Un río fluye hacia el sur a una velocidad de 20 km/h. Una embarcación desarrolla una rapidez máxima de 50 km/h en aguas tranquilas. En el río descrito, la embarcación avanza a su máxima velocidad hacia el oeste. ¿Cuáles son la velocidad y la dirección resultantes de la embarcación? Resp. 53.9 km/h, 21.8° SO

3-24. Una cuerda que forma un ángulo de 30° con la horizontal arrastra una caja sobre el piso. ¿Cuál tendrá que ser la tensión de la cuerda si se requiere una fuerza horizontal de 40 lb para arrastrar la caja?

3-25. Se necesita un empuje vertical de 80 N para levantar la parte móvil de una ventana. Se usa una larga pértiga para realizar dicha operación. ¿Qué fuerza será necesario ejercer a lo largo de la pértiga si ésta forma un ángulo de 34° con la pared? Resp. 96.5 N

3-26. La resultante de dos fuerzas ***A*** y ***B*** es de 400 N a 210°. Si la fuerza ***A*** es de 200 N a 270°, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza ***B***?

Sección 3.12—El método de componentes para la suma de vectores

3-27. Halle la resultante de las siguientes fuerzas perpendiculares: (**a**) 400 N, 0°, (**b**) 820 N, 270° y (**c**) 500 N, 90°. Resp. 512 N, 321.3°

3-28. Cuatro cuerdas, todas las cuales forman ángulos rectos entre sí, tiran de una argolla. Las fuerzas son de 40 lb, E; 80 lb, N; 70 lb, O; y 20 lb, S. Encuentre la fuerza resultante sobre la argolla.

3-29. Dos fuerzas actúan sobre el automóvil ilustrado en la figura 3-26. La fuerza ***A*** es igual a 120 N, hacia el oeste, y la fuerza ***B*** es igual a 200 N a 60° NO. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza resultante sobre el automóvil? Resp. 280 N, 38.2° NO

3-30. Suponga que la dirección de la fuerza ***B*** del problema 3-29 se invirtiera (+180°) y que los demás parámetros permanecieran sin cambio alguno. ¿Cuál sería la nueva resultante? (Este resultado es la resta vectorial ***A*** − ***B***.)

3-31. Calcule la fuerza resultante que actúa sobre el perno de la figura 3.27. Resp. 69.6 lb, 154.1°

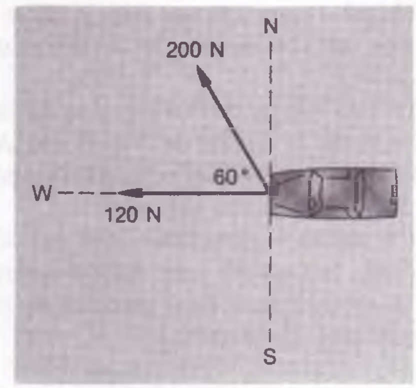


Figura 3-26

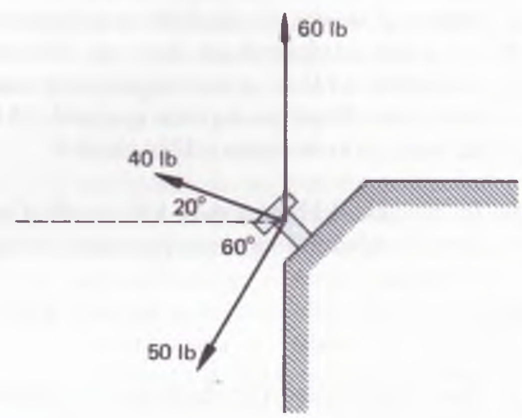


Figura 3-27

3-32. Calcule la resultante de las siguientes fuerzas aplicando el método de componentes para efectuar la suma de vectores: ***A*** = (200 N, 30°), ***B*** = (300 N, 330°) y ***C*** = (400 N, 250°).

3-33. Tres embarcaciones ejercen fuerzas sobre un gancho de amarre como muestra la figura 3-28. Halle la resultante de esas tres fuerzas. Resp. 853 N, 101.7°

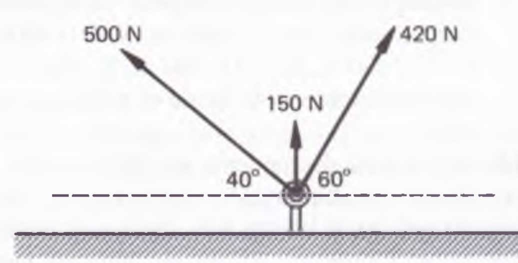


Figura 3-28

Problemas reto

3-34. Calcule las componentes horizontal y vertical de los siguientes vectores: $\boldsymbol{A}$ = (400 N, 37°), $\boldsymbol{B}$ = (90 m, 320°) y $\boldsymbol{C}$ = (70 km/h, 150°).

3-35. Un cable está unido al extremo de una viga. ¿Qué tirón se requiere, a un ángulo de 40° con respecto al horizontal, para producir una fuerza horizontal efectiva de 200 N? Resp. 261 N

3-36. Un muelle para pescadores se extiende hacia el norte y el sur. ¿Cuál deberá ser la velocidad de una embarcación que avanza a un ángulo de 40° EN para que su componente de velocidad a lo largo del muelle sea de 30 km/h?

3-37. Halle la resultante R = $\boldsymbol{A}$ + $\boldsymbol{B}$ para los siguientes pares de fuerzas: (**a**) $\boldsymbol{A}$ = 520 N, sur, $\boldsymbol{B}$ = 269 N, oeste, (**b**) $\boldsymbol{A}$ = 18 m/s, norte, $\boldsymbol{B}$ = 15 m/s, oeste.

Resp. 585 N, 242.6°; 23.4 m/s, 129.8°

3-38. Efectúe la resta vectorial ($\boldsymbol{A}$ − $\boldsymbol{B}$) para los pares de fuerzas del problema 3-37.

3-39. Un semáforo está colgado a la mitad de una cuerda, de manera que cada segmento forma un ángulo de 10° con la horizontal. La tensión sobre cada segmento de cuerda es de 200 N. Si la fuerza resultante en el punto medio es cero, ¿cuál es el peso del semáforo?

Resp. 69.5 N

3-40. Calcule la resultante de las fuerzas ilustradas en la figura 3-29.

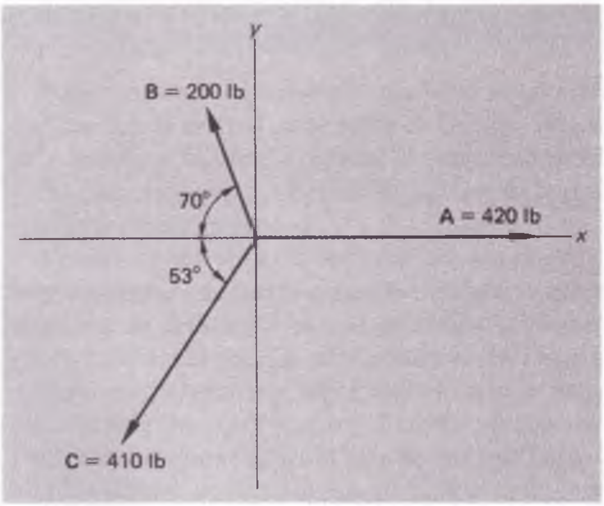


Figura 3-29

3-41. Calcule la resultante de las fuerzas que presenta la figura 3.30. Resp. 225 N, 124.6°

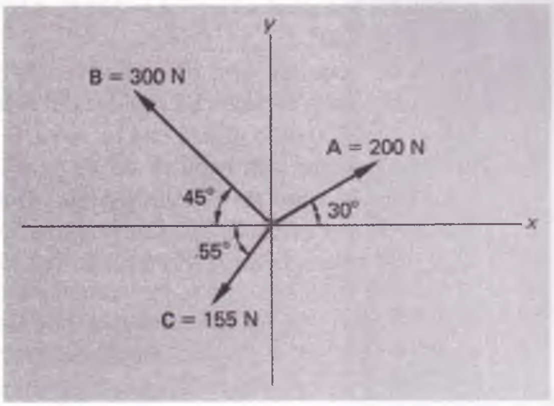


Figura 3-30

3-42. Un bloque de 200 N descansa sobre un plano inclinado a 30°. Si el peso del bloque actúa verticalmente hacia abajo, ¿cuáles son las componentes del peso hacia abajo del plano y en dirección perpendicular al plano?

3-43. Halle la resultante de los tres desplazamientos siguientes: $\boldsymbol{A}$ = 220 m, 60°; $\boldsymbol{B}$ = 125 m, 210°; y $\boldsymbol{C}$ = 175 m, 340°.

Resp. 180 m, 22.3°

Preguntas para la reflexión crítica

3-44. Considere estos tres vectores: $\boldsymbol{A}$ = 100 m, 0°; $\boldsymbol{B}$ = 400 m, 270°; y $\boldsymbol{C}$ = 200 m, 30°. Elija una escala apropiada y muestre gráficamente que el resultado es el mismo, sin importar en qué orden sean sumados estos vectores; es decir, $\boldsymbol{A}$ + $\boldsymbol{B}$ + $\boldsymbol{C}$ = $\boldsymbol{C}$ + $\boldsymbol{B}$ + A. ¿La afirmación anterior también es válida para la resta de vectores? Demuestre gráficamente que $\boldsymbol{A}$ − $\boldsymbol{C}$ produce un resultado diferente que $\boldsymbol{C}$ − $\boldsymbol{A}$.

3-45. Dos fuerzas $\boldsymbol{A}$ = 30 N y $\boldsymbol{B}$ = 90 N pueden actuar sobre un objeto en cualquier dirección que se desee. ¿Cuál es la máxima fuerza resultante? ¿Cuál es la mínima fuerza resultante? ¿Es posible que la fuerza resultante sea cero? Resp. 120 N, 60 N, no

3-46. Considere dos fuerzas A = 40 N y B = 80 N. ¿Cuál tiene que ser el ángulo entre esas dos fuerzas para que la magnitud de la fuerza resultante sea 60 N?

*3-47. ¿Qué tercera fuerza F es necesario agregar a las dos fuerzas siguientes para que la fuerza resultante sea igual a cero? A = 120 N, 110° y B = 60 N, 200°. Resp. 134 N, 316.6°

*3-48. Un avión requiere una dirección resultante con curso hacia el oeste. La rapidez del avión es 600 km/h cuando el aire está inmóvil. Si el viento adquiere una rapidez de 40 km/h y sopla en dirección de 30° SO, ¿en qué dirección se deberá orientar el avión y cuál será su velocidad relativa con respecto al suelo?

*3-49. ¿Cuáles tendrán que ser la magnitud F y la dirección θ de la fuerza necesaria para que el automóvil de la figura 3-31 avance directamente hacia el este, con una fuerza resultante de 400 lb? Resp. 225 lb, 17.9°

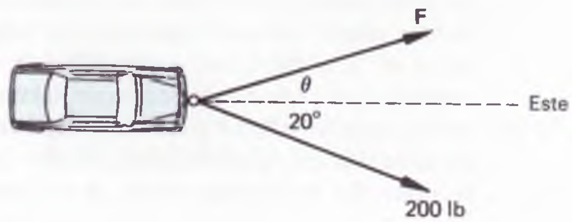


Figura 3-31

Equilibrio traslacional y fricción

OBJETIVOS

Al completar el estudio de este capítulo el alumno:

1. Demostrará mediante ejemplos o experimentos su comprensión de la primera y la tercera leyes de Newton sobre el movimiento.
2. Establecerá la primera condición de equilibrio, dará un ejemplo físico, y demostrará gráficamente que se satisface la primera condición.
3. Construirá un diagrama de cuerpo libre que represente todas las fuerzas que actúan sobre un objeto que se encuentra en equilibrio traslacional.
4. Encontrará las fuerzas desconocidas aplicando la primera condición del equilibrio.
5. Aplicará su comprensión de la fricción cinética y estática para resolver problemas de equilibrio.

Las fuerzas pueden actuar de tal forma que causen el movimiento o lo eviten. Los grandes puentes deben diseñarse de modo que el esfuerzo global de las fuerzas evite el movimiento. Las armaduras, vigas, trabes y cables, en conjunto, deben estar en ***equilibrio***. Es decir, las fuerzas resultantes que actúan en cualquier punto de la estructura, deben estar equilibradas. Las plataformas, montacargas, ganchos, cables elevadores e incluso los grandes edificios, deben construirse de tal manera que se conozcan y se controlen a fondo los efectos de las fuerzas. En este capítulo continuaremos el estudio de las fuerzas en relación con los cuerpos en reposo. La fuerza de fricción, que es tan importante para el equilibrio en múltiples aplicaciones, se estudiará también en este capítulo como una ampliación natural de nuestro trabajo con todo tipo de fuerzas.

4-1 PRIMERA LEY DE NEWTON

Por experiencia sabemos que un objeto estacionario permanece en reposo a menos que una fuerza externa actúe sobre él. Una lata de aceite permanece en la mesa de trabajo, hasta que alguien la derriba. Un objeto suspendido estará colgando hasta que se suelte. Sabemos que son necesarias las fuerzas para hacer que algo se mueva si originalmente estaba en reposo.

Resulta menos obvio el hecho de que un objeto en movimiento continúe haciéndolo hasta que una fuerza exterior cambie el movimiento. Por ejemplo, una barra de acero que se desliza por el piso de la tienda pronto quedará en reposo, debido a su interacción con el piso. La misma barra se deslizaría una distancia mucho mayor, antes de detenerse, si estuviera sobre hielo, lo cual se debe a que la interacción horizontal, llamada ***fricción***, entre el piso y la barra es mucho mayor que la fricción entre el hielo y la barra. Esto nos sugiere la idea de que una barra que se deslizara sobre una superficie horizontal, totalmente carente de fricción, permanecería moviéndose para siempre. Tales ideas constituyen una parte de la primera ley de Newton sobre el movimiento.

Primera Ley de Newton **Un cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme, a menos que una fuerza externa no equilibrada actúe sobre él.**

Debido a la existencia de la fricción, no existe ningún cuerpo real que esté totalmente libre de la acción de fuerzas externas. Sin embargo, hay situaciones en las que es posible hacer que la fuerza resultante sea cero o aproximadamente cero. En tales casos, el cuerpo debe comportarse de acuerdo con la primera ley del movimiento. Puesto que reconocemos que la fricción nunca puede ser eliminada por completo, también debemos aceptar que la primera ley de Newton es una expresión de una situación *ideal.* Un volante que gira sobre cojinetes lubricados tiende a mantenerse girando; pero aún la más leve fricción hará que tarde o temprano se detenga.

Newton llamó ***inercia*** a la propiedad de una partícula que permite mantenerla en un constante estado de movimiento o de reposo. Su primera ley a veces se conoce como *ley de inercia.* Cuando un automóvil se acelera, los pasajeros obedecen esta ley tendiendo a permanecer en reposo hasta que la fuerza externa de los asientos, los obliga a moverse. De manera similar, cuando el automóvil se detiene, los pasajeros continúan en movimiento a velocidad constante hasta que son detenidos por los cinturones de seguridad o por su propio esfuerzo. Toda la materia posee inercia. El concepto de *masa* será presentado más adelante como una medida de la inercia de un cuerpo.

*inter***NET**
CONEXIÓN

www.iisa.org
Diferentes tipos de frenos para patines permiten desacelerar el movimiento de los patinadores. Para leer textos sobre esos frenos, consulte esta página de Internet.

¿Lo sabía usted?

Una persona entrenada en karate puede romper con una sola mano un bloque de concreto de 3.8 cm de espesor. La mano se mueve a 11 m/s, lo cual origina una fuerza de 3069 N. Los huesos de la mano son capaces de resistir fuerzas hasta 40 veces mayores que esa cantidad.

4-2 TERCERA LEY DE NEWTON

No puede existir una fuerza, si no están implicados dos cuerpos. Cuando un martillo golpea un clavo, ejerce una fuerza de "acción" sobre el clavo. Pero el clavo también "reacciona" empujando hacia atrás al martillo. En todos los casos debe haber una fuerza de *acción* y una fuerza de *reacción.* Siempre que dos cuerpos interactúan, la fuerza ejercida por el segundo cuerpo sobre el primero (la ***fuerza de reacción***), es igual en magnitud pero de sentido contrario a la dirección de la fuerza ejercida por el primer cuerpo sobre el segundo (***la fuerza de acción***). Este principio se enuncia en la *tercera ley de Newton*:

Tercera Ley de Newton **Para cada acción debe haber una reacción igual y opuesta.**

Por lo tanto, jamás puede existir una sola fuerza aislada. Considere los ejemplos de fuerzas de acción y de reacción de la figura 4-1.

Observe que las fuerzas de acción y de reacción no se cancelan entre sí. Son iguales en magnitud y opuestas en dirección, aunque actúan sobre objetos diferentes. Para que dos fuerzas se anulen deben actuar sobre el mismo objeto. Se puede decir que las fuerzas de acción crean las fuerzas de reacción.

Por ejemplo, cuando alguien empieza a subir una escalera lo primero que hace es colocar un pie sobre el escalón y empujarlo. El peldaño debe ejercer una fuerza igual y opuesta sobre el pie para evitar romperse. Cuando mayor es la fuerza que ejerce el pie sobre el escalón, tiene que ser mayor la reacción contra el pie. Desde luego, el escalón no puede crear una fuerza de reacción hasta que la fuerza del pie se aplica. La fuerza de acción actúa sobre el objeto, y la fuerza de reacción actúa sobre el agente que aplica la fuerza.

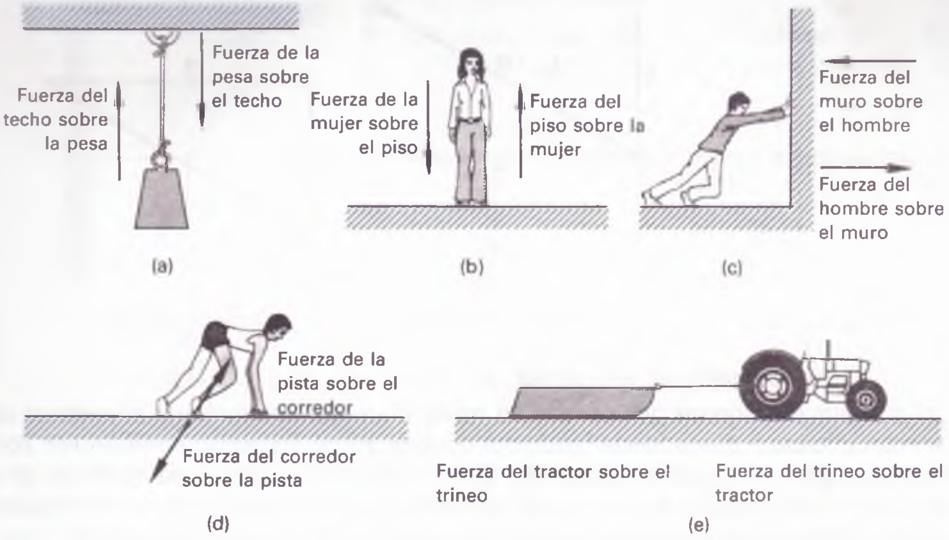


Figura 4-1 Ejemplos de fuerzas de acción y de reacción.

P.S.I.

Cada vez que una nave espacial es lanzada se aplica la tercera ley de Newton. La fuerza que impulsa la nave se obtiene al quemar combustible sólido para cohetes. Cuando la fuerza del propulsor en ignición es mayor que la fuerza de gravedad que actúa sobre la masa de la nave, ésta despega.

4-3 EQUILIBRIO

La fuerza resultante fue definida como una fuerza única cuyo efecto es igual al de un sistema dado de fuerzas. Si la tendencia de un conjunto de fuerzas es causar un movimiento, la resultante también produce dicha tendencia. Existe una condición de equilibrio cuando la resultante de todas las fuerzas externas que actúan sobre el objeto es cero. Esto equivale a decir que cada fuerza externa se equilibra con la suma de todas las demás fuerzas externas cuando existe equilibrio. Por lo tanto, de acuerdo con la primera ley de Newton, un cuerpo en equilibrio debe estar en reposo o en movimiento con velocidad constante, ya que no existe ninguna fuerza externa que no esté equilibrada.

Consideremos el sistema de fuerzas que se presenta en la figura 4-2a. Al resolverlo por el método del polígono de vectores se demuestra que, independientemente del orden en que se sumen los vectores, su resultante siempre es cero. El extremo del último vector siempre termina en el origen del primer vector (*véase* la sección 3-7, pág. 50).

P.S.I.

La NASA está desarrollando alternativas para la propulsión de naves espaciales. La propulsión eléctrica solar usa celdas solares para generar electricidad, la cual ioniza átomos de criptón o xenón. Una vez que esos iones se cargan eléctricamente, generan una fuerza de empuje al ser acelerados a través de un campo magnético y finalmente expulsados.

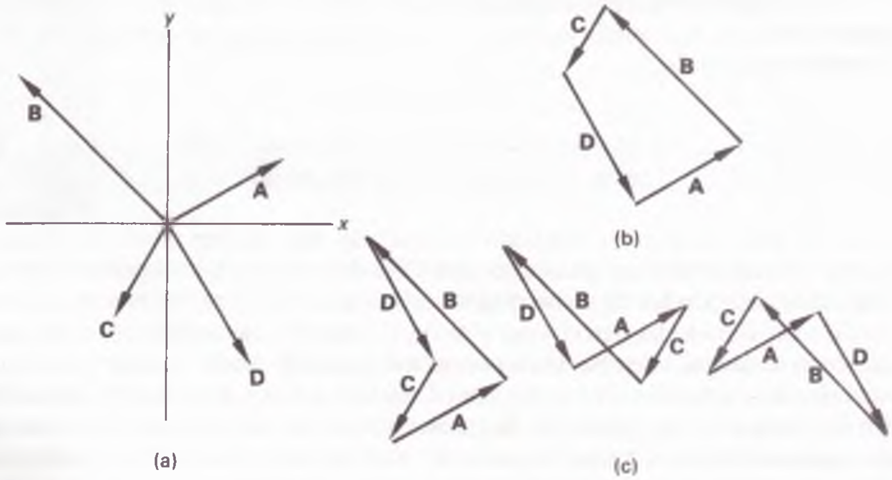


Figura 4-2 Fuerzas en equilibrio.

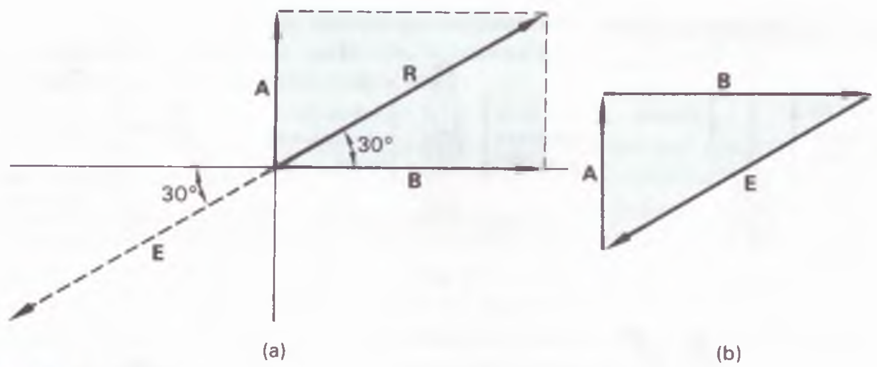


Figura 4-3 La equilibrante.

Un sistema de fuerzas que no esté en equilibrio se puede equilibrar al sustituir la fuerza resultante por una fuerza igual pero opuesta que se denomina ***equilibrante.*** Por ejemplo, observe que las dos fuerzas ***A*** y ***B*** de la figura 4-3a tienen una resultante ***R*** a 30° sobre la horizontal. Si le sumamos ***E***, que es igual a ***R*** en magnitud, pero cuyo ángulo es 180° mayor, el sistema estará en equilibrio, como se observa en la figura 4-3b.

En el capítulo anterior vimos que las magnitudes de las componentes de x y y de cualquier resultante ***R*** están dadas por

$$R_x = \sum F_x = A_x + B_x + C_x + \ldots$$
$$R_y = \sum F_y = A_y + B_y + C_y + \ldots$$

Cuando un cuerpo está en equilibrio, la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero. En este caso, tanto $\boldsymbol{R_x}$ como $\boldsymbol{R_y}$ deben ser cero; es la condición para que un cuerpo esté en equilibrio.

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \text{4-1}$$

Estas dos ecuaciones representan un enunciado matemático de la primera *condición de equilibrio*, que puede enunciarse como se indica a continuación:

- **Un cuerpo se encuentra en estado de equilibrio traslacional si, y sólo si, la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.**

El término ***equilibrio traslacional*** sirve para distinguir la primera condición de la segunda condición de equilibrio, la cual se refiere al movimiento rotacional, que se estudiará en el capítulo 5.

4-4 DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE

*inter*NET CONEXIÓN

www.skatepatrol.org
Para ver los efectos de las fuerzas sobre un patinador que frena, visite a esta página de Internet.

Antes de aplicar la primera condición de equilibrio para resolver problemas físicos, es necesario saber construir diagramas vectoriales. Considere, por ejemplo, el peso de 40 lb suspendido mediante cuerdas, tal como observa en la figura 4-4a. Hay tres fuerzas que están actuando sobre el nudo: las ejercidas por el techo, el muro y la Tierra (peso). Si cada una de estas fuerzas se designa y representa con un vector, es posible dibujar un diagrama de vectores similar al de la figura 4-4b. Un diagrama de ese tipo se llama ***diagrama de cuerpo libre.***

Un diagrama de cuerpo libre es un diagrama vectorial que describe todas las fuerzas que actúan sobre un objeto o cuerpo en particular. Note que en el caso de las fuerzas concurrentes, todos los vectores apuntan hacia afuera del centro de los ejes x y y, los cuales se intersecan en un origen común.

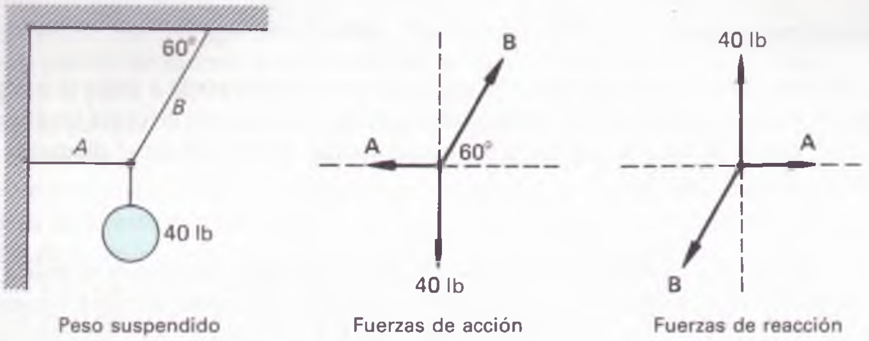


Figura 4-4 Diagramas de cuerpo libre que muestran fuerzas de acción y de reacción.

Al dibujar diagramas de cuerpo libre es importante distinguir entre las fuerzas de acción y las de reacción. En nuestro ejemplo hay fuerzas que actúan *sobre* el nudo, pero también hay tres fuerzas de reacción iguales y opuestas ejercidas por el nudo. Tomando en cuenta la tercera ley de Newton, las fuerzas de reacción ejercidas por el nudo *sobre* el techo, la pared y el suelo, se presentan en la figura 4-4c. Para evitar confusiones, es importante seleccionar un punto en el que actúen todas las fuerzas y dibujar aquellas fuerzas que actúan *sobre* el cuerpo en ese punto.

Estrategia para resolver problemas

Cómo construir un diagrama de cuerpo libre

1. Trace un bosquejo e indique las condiciones del problema. Asegúrese de representar todas las fuerzas conocidas y desconocidas y sus ángulos correspondientes.
2. Aísle cada cuerpo del sistema en estudio. Haga esto mentalmente o dibujando un círculo alrededor del punto donde se aplican todas las fuerzas.
3. Construya un diagrama de fuerzas para cada cuerpo que va a estudiar. Las fuerzas se representan como vectores con su origen situado al centro de un sistema de coordenadas rectangulares. (*Véanse* los ejemplos de las figuras 4-5 y 4-7.)
4. Represente los ejes x y y con líneas punteadas. No es indispensable dibujar estos ejes horizontal y verticalmente, como se verá más adelante.
5. Con líneas punteadas trace los rectángulos correspondientes a las componentes x y y de cada vector, y determine los ángulos conocidos a partir de las condiciones dadas en el problema.
6. Marque todas las componentes conocidas y desconocidas, opuestas y adyacentes a los ángulos conocidos.

Aun cuando este proceso parezca laborioso, es muy útil y a veces necesario para comprender claramente un problema. Cuando tenga práctica en trazar diagramas de cuerpo libre, su uso se volverá mera rutina.

Los dos tipos de fuerzas que actúan sobre un cuerpo son las *fuerzas de contacto* y las *fuerzas de campo*. Ambas deben tomarse en cuenta en la construcción de un diagrama de fuerzas. Por ejemplo, la atracción gravitacional de un cuerpo por parte de la Tierra, conocida como ***peso***, no tiene un punto de contacto con el cuerpo. No obstante, ejerce una fuerza real y debe considerarse como un factor importante en cualquier problema de fuerzas. La dirección del vector peso debe considerarse siempre hacia abajo.

EJEMPLO 4-1

Se tiene un bloque cuyo peso *W* cuelga de una cuerda atada a otras dos cuerdas, *A* y *B*, las cuales, a su vez, están atadas al techo. Si la cuerda *B* forma un ángulo de 60° con el techo, y la cuerda *A* forma un ángulo de 30°, dibuje el diagrama de cuerpo libre del nudo.

Solución

Siguiendo el procedimiento ya descrito, se traza el diagrama como se indica en la figura 4-5. Este diagrama de cuerpo libre es válido y funcional, siempre y cuando se elijan los ejes *x* y *y* a lo largo de los vectores ***B*** y ***A***, en lugar de utilizarlos horizontal o verticalmente, puesto que así se simplifica mucho el diagrama. Por lo tanto, en la figura 4-6 necesitamos encontrar las componentes de una sola fuerza ***W***, ya que ***A*** y ***B*** quedan totalmente alineados a lo largo de un eje específico.

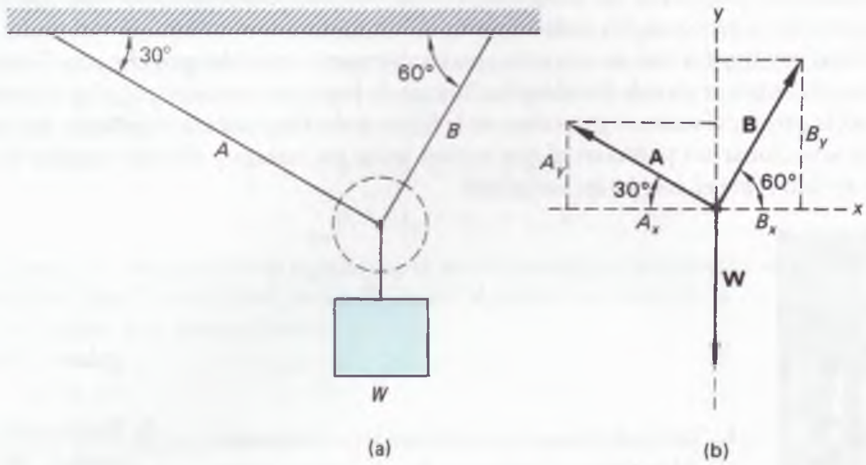


Figura 4-5 (a) Se traza un bosquejo para tener más claro el problema. (b) Se construye un diagrama de cuerpo libre.

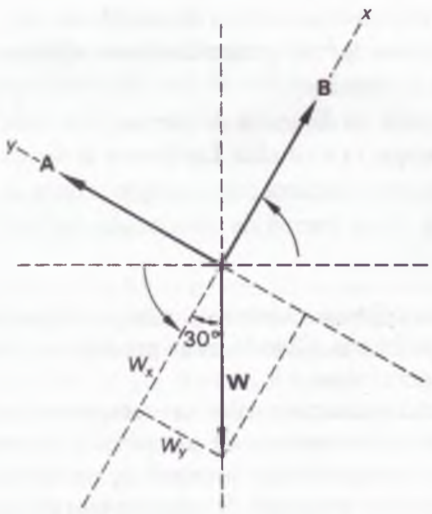


Figura 4-6 Rotación de los ejes *x* y *y* para que coincidan con los vectores perpendiculares **A** y **B**.

Sugerencia: Siempre que sea posible elija los ejes de x y y de modo que el mayor número posible de fuerzas queden totalmente especificadas a lo largo de ellos.

Tal vez la parte más difícil en la construcción de diagramas de vectores es la visualización de fuerzas. Al dibujar diagramas de cuerpo libre, es útil imaginar que las fuerzas están actuando sobre *usted.* Suponga que es el nudo de una cuerda, o el bloque situado sobre una mesa, y trate de determinar las fuerzas que actuarían sobre usted. Dos ejemplos adicionales se muestran en la figura 4-7. Note que la fuerza ejercida por el soporte de la figura 4-7a se dirige hacia afuera y no hacia la pared. Esto se debe a que estamos interesados en las fuerzas que se ejercen *sobre* el extremo del soporte y no por aquéllas ejercidas *por* el extremo del soporte. Seleccionamos un punto al extremo del soporte, donde están atadas las dos cuerdas. El peso de 60 N y la tensión T son fuerzas de acción ejercidas por las cuerdas en este punto. Si el extremo del soporte no se mueve, estas fuerzas deben equilibrarse con una tercera fuerza, o sea la que ejerce la pared (a través del soporte). Esta tercera fuerza $\boldsymbol{B}$, que actúa al extremo del soporte, no debe confundirse con la ***fuerza de reacción*** hacia adentro que actúa *sobre* la pared.

El segundo ejemplo (figura 4-7b) muestra también fuerzas de acción que actúan sobre dos bloques conectados por una cuerda ligera. Las fuerzas de fricción, que se verán posteriormente, no se incluyen en estos diagramas. La tensión en la cuerda en cualquiera de sus lados se representa por $\boldsymbol{T}$, y las fuerzas normales $\mathcal{N}_1$ y $\mathcal{N}_2$ son fuerzas perpendiculares ejercidas por el plano sobre los bloques. Si no existieran tales fuerzas, los bloques se balancearían juntos. (Observe la selección de ejes en cada diagrama).

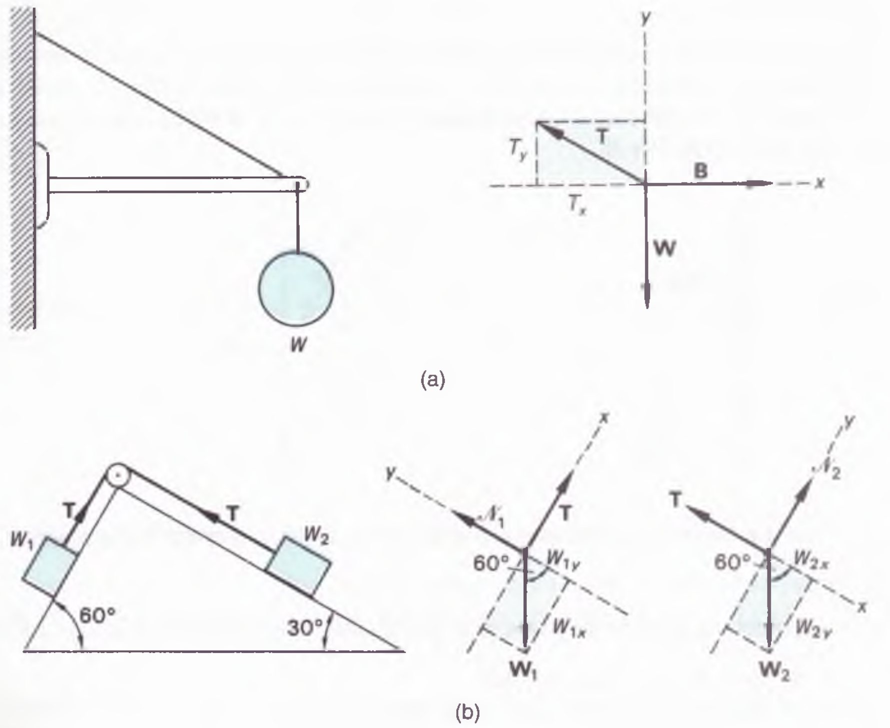


Figura 4-7 Ejemplos de diagramas de cuerpo libre. Observe que las componentes de los vectores se indican opuestas y adyacentes a los ángulos conocidos.

4-5 SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE EQUILIBRIO

En el capítulo 2 se analizó un procedimiento para encontrar la resultante de varias fuerzas por un método rectangular. Un procedimiento similar se puede utilizar para sumar fuerzas que están en equilibrio. En este caso, la primera condición para el equilibrio nos indica que la resultante es cero, o sea:

$$R_x = \sum F_x = 0 \qquad R_y = \sum F_y = 0 \qquad (4\text{-}1)$$

Por lo tanto, tenemos dos ecuaciones que pueden usarse para determinar fuerzas desconocidas.

Estrategia para resolver problemas

Equilibrio traslacional

1. Trace un bosquejo y anote las condiciones del problema.
2. Dibuje un diagrama de cuerpo libre. (*Véase* la sección 4-4, pág. 76).
3. Encuentre todas las componentes *x* y *y* de las fuerzas, aunque incluyan factores desconocidos, tales como *A* cos 60° o *B* sen 60°. (Tal vez desee elaborar una tabla de fuerzas como se muestra en la tabla 4-1).
4. Use la primera condición para el equilibrio [ecuación (4-1)] para formar dos ecuaciones en términos de las fuerzas desconocidas.
5. Determine algebraicamente los factores desconocidos.

EJEMPLO 4-2

Una pelota de 100 N suspendida por una cuerda *A* es tirada hacia un lado en forma horizontal mediante otra cuerda *B* y sostenida de tal manera que la cuerda *A* forma un ángulo de 30° con el muro vertical. (*Véase* la figura 4-8). Encuentre las tensiones en las cuerdas *A* y *B*.

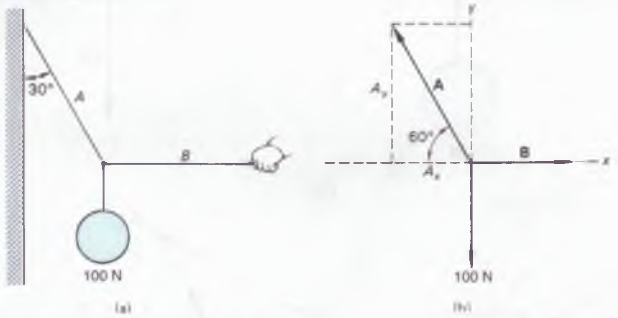


Figura 4-8 Las fuerzas que actúan sobre el nudo se representan en un diagrama de cuerpo libre.

Solución

Lo resolvemos siguiendo los pasos ya mencionados que se ilustran en la figura 4-8.

1. Trazar un bosquejo (figura 4-8a).
2. Dibujar un diagrama de cuerpo libre (figura 4-8b).
3. Determinar las componentes de todas las fuerzas (tabla 4-1). Observe que en la figura A_x y W_y son negativas.

TABLA 4-1

Fuerza	θ_x	Componente x	Componente y
A	60°	$A_x = -A \cos 60°$	$A_y = A \text{ sen } 60°$
B	0°	$B_x = B$	$B_y = 0$
W	−90°	$W_x = 0$	$W_y = -100 \text{ N}$
		$\sum F_x = B - A \cos 60°$	$\sum F_y = A \text{ sen } 60° - 100 \text{ N}$

4. Ahora se aplica la primera condición para el equilibrio. La suma de fuerzas a lo largo del eje x es:

$$\sum F_x = B - A \cos 60° = 0$$

de la cual se obtiene

$$B = A \cos 60° = 0.5A$$

puesto que cos 60° = 0.5. Resulta una segunda ecuación al sumar las componentes del eje y:

$$\sum F_y = A \text{ sen } 60° - 100 \text{ N} = 0$$

de donde

$$A \text{ sen } 60° = 100 \text{ N}$$

5. Finalmente, se despejan las fuerzas desconocidas. A partir de la ecuación (4-4) y como sen 60° = 0.866, entonces

$$0.866A = 100 \text{ N}$$

o bien,

$$A = \frac{100 \text{ N}}{0.866} = 115 \text{ N}$$

Ahora que se conoce el valor de A, se despeja B de la ecuación (4-3) en la siguiente forma:

$$\begin{aligned} B &= 0.5A = (0.5)(115 \text{ N}) \\ &= 57.5 \text{ N} \end{aligned}$$

EJEMPLO 4-3

Una pelota de 200 N cuelga de una cuerda unida a otras dos cuerdas, como se observa en la figura 4-9. Encuentre las tensiones en las cuerdas A, B y C.

Solución

Puesto que ya se proporcionó el bosquejo, el primer paso es construir un diagrama de cuerpo libre, como se ilustra en la figura 4-9b. Las componentes x y y para cada vector, calculadas a partir de la figura, se presentan en la siguiente tabla:

Sugerencia de matemáticas

Para reducir los errores de redondeo, realice los cálculos en la etapa más cercana posible al final del problema. Un tejado de madera tiene una pendiente de 20°. ¿Cuál debe ser el coeficiente de fricción estática entre la suela del zapato de un hombre de 75 kg y el tejado, para que el hombre no resbale? Empiece con la ecuación de la fuerza de fricción:

$$\mathcal{F}_s = \mu_s \mathcal{N}$$

Resuelva para μ_s dividiendo entre $\mathcal{N}$:

$$\frac{\mathcal{F}_s}{\mathcal{N}} = \mu_s$$

Según los datos del problema:

$\mathcal{F}_s = mg \text{ sen } \theta$ y también

$\mathcal{N}_r = mg \cos \theta$

Al dividir la primera ecuación entre la segunda y sustituir μ_s obtenemos:

$mg \text{ sen } \theta / mg \cos \theta$
$= \text{sen } \theta / \cos \theta = \tan \theta = \mu_s$

Ahora sustituimos $\theta = 20°$ para hallar μ_s.

$\mu_s = \tan 20° = 0.364$

Observe que la masa del hombre no fue un factor a considerar en este problema.

Componente x	Componente y
$A_x = -A \cos 60°$	$A_y = A \text{ sen } 60°$
$B_x = B \cos 45°$	$B_y = B \text{ sen } 45°$
$C_x = 0$	$C_y = -200$ N

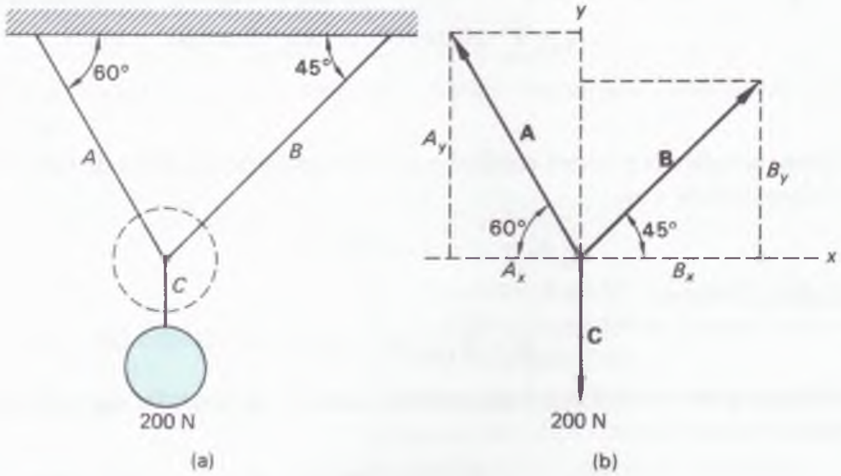


Figura 4.5

Al sumar las fuerzas a lo largo del eje x obtenemos

$$\sum F_x = -A \cos 60° + B \cos 45° = 0$$

que puede simplificarse por sustitución de funciones trigonométricas conocidas.

$$-0.5A + 0.707B = 0 \qquad (4\text{-}5)$$

Se necesita más información para resolver esta ecuación. Obtenemos una segunda ecuación sumando las fuerzas a lo largo del eje y, lo que da

$$0.866A + 0.707B = 200 \text{ N} \qquad (4\text{-}6)$$

Las ecuaciones (4-5) y (4-6) se resuelven como simultáneas para ***A*** y ***B*** mediante el proceso de sustitución. Si se despeja ***A*** de la ecuación (4-5) obtenemos

$$A = \frac{0.707B}{0.5} \qquad \text{o} \qquad A = 1.414B \qquad (4\text{-}7)$$

Ahora se sustituye esta igualdad en la ecuación (4-6) y se obtiene

$$0.866(1.414B) + 0.707B = 200 \text{ N}$$

que se utiliza para resolver ***B*** en la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 1.225B + 0.707B &= 200 \text{ N} \\ 1.93B &= 200 \text{ N} \\ B &= \frac{200 \text{ N}}{1.93} = 104 \text{ N} \end{aligned}$$

Se puede calcular la tensión ***A*** sustituyendo ***B*** = 104 N en la ecuación (4-7):

$$A = 1.414(104 \text{ N}) = 146 \text{ N}$$

Desde luego, la tensión en la cuerda *C* es 200 N, ya que debe ser igual al peso.

EJEMPLO 4-4

Un bloque de 200 lb descansa sobre un plano inclinado sin fricción, que tiene una pendiente de 30°. El bloque está atado a una cuerda que pasa sobre una polea sin fricción colocada en el extremo superior del plano y va atada a un segundo bloque. ¿Cuál es el peso del segundo bloque si el sistema se encuentra en equilibrio? (Ignore el peso de la cuerda.)

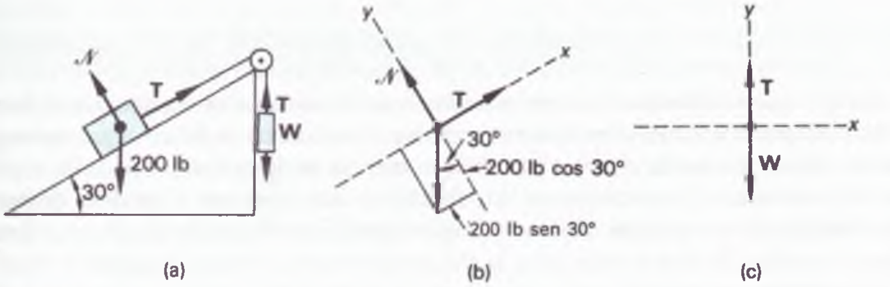


Figura 4-10 Se dibuja un diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo que participa en el problema.

Solución

Después de hacer un bosquejo que describa la situación, se construye un diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo, como se observa en la figura 4-10. Al aplicar la primera condición de equilibrio para el segundo bloque (figura 4-10c), encontramos que

$$T - W = 0$$

es decir,

$$T = W$$

Puesto que la cuerda es continua y el sistema no está afectado por la fricción, la tensión en la figura 4-10b para el bloque de 200 lb también debe ser igual al peso *W*.

Considerando el diagrama para el bloque de 200 lb, determinamos las componentes de cada fuerza en la manera siguiente:

Componente *x*	Componente *y*
$T_x = T = W$	$T_y = 0$
$\mathcal{N}_x = 0$	$\mathcal{N}_y = \mathcal{N}$
$(200 \text{ lb})_x = (-200 \text{ lb})(\text{sen } 30°)$	$(200 \text{ lb})_y = (-200 \text{ lb})(\cos 30°)$

Al aplicar la primera condición se obtiene

$$\sum F_x = 0 \qquad T - (200 \text{ lb})(\text{sen } 30°) = 0 \tag{4-8}$$

$$\sum F_y = 0 \qquad \mathcal{N} - (200 \text{ lb})(\cos 30°) = 0 \tag{4-9}$$

De la ecuación (4-8) obtenemos

$$T = (200 \text{ lb})(\text{sen } 30°) = 100 \text{ lb}$$

y, por lo tanto, $W = 100$ lb, puesto que $T = W$. Por consiguiente, se requiere un peso de 100 lb para conservar el equilibrio.

La fuerza normal que ejerce el plano sobre el bloque de 200 lb se determina a partir de la ecuación (4-9); aunque dicho cálculo no fue necesario para determinar el peso W. Así,

$$\begin{aligned}\mathcal{N} &= (200 \text{ lb})(\cos 30°) = (200 \text{ lb})(0.866)\\ &= 173 \text{ lb}\end{aligned}$$

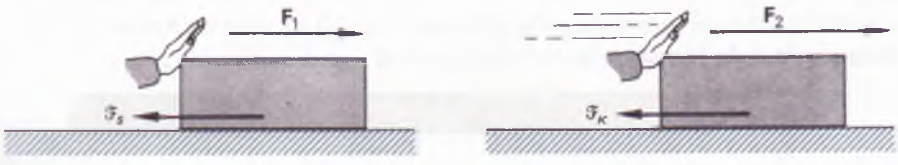
4-6 FRICCIÓN

Siempre que un cuerpo se mueve estando en contacto con otro objeto, existen fuerzas de fricción que se oponen al movimiento relativo. Estas fuerzas se deben a que una superficie se adhiere contra la otra y a que encajan entre sí las irregularidades de las superficies de rozamiento. Es precisamente esta fricción la que mantiene a un clavo dentro de una tabla, la que nos permite caminar y la que hace que los frenos de un automóvil cumplan su función. En todos estos casos la fricción produce un efecto deseable.

Sin embargo, en muchas otras circunstancias se desea minimizar el efecto de la fricción. Por ejemplo, hay que tomar en cuenta que el rozamiento provoca que se requiera un mayor trabajo para operar maquinaria, y causa desgaste y genera calor, lo que en muchos casos trae consigo otros perjuicios adicionales. Así, los automóviles y los aviones se diseñan con formas aerodinámicas para reducir la fricción con el aire, ya que ésta es muy grande a altas velocidades.

Siempre que se desliza una superficie sobre otra, la fuerza de fricción que ejercen los cuerpos entre sí es paralela o tangente a ambas superficies, y actúa de tal modo que se opone al movimiento relativo de las superficies. Es importante observar que estas fuerzas existen no sólo cuando hay un movimiento relativo, sino también cuando uno de los cuerpos tan *sólo* tiende a deslizarse sobre el otro.

Suponga que se ejerce una fuerza sobre un bloque que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal, como muestra la figura 4-11. Al principio el bloque que no se mueve, debido a la acción de una fuerza llamada *fuerza de fricción estática* $\mathcal{F}_s$. Pero a medida que aumenta la fuerza aplicada llega un momento en que el bloque se pone en movimiento; a esta fuerza de fricción ejercida por la superficie horizontal mientras se mueve el bloque se le llama *fuerza de fricción cinética* $\mathcal{F}_k$.



(a) (b)

Figura 4-11 (a) En la fricción estática se impide el movimiento. (b) En la fricción cinética las dos superficies están en movimiento relativo.

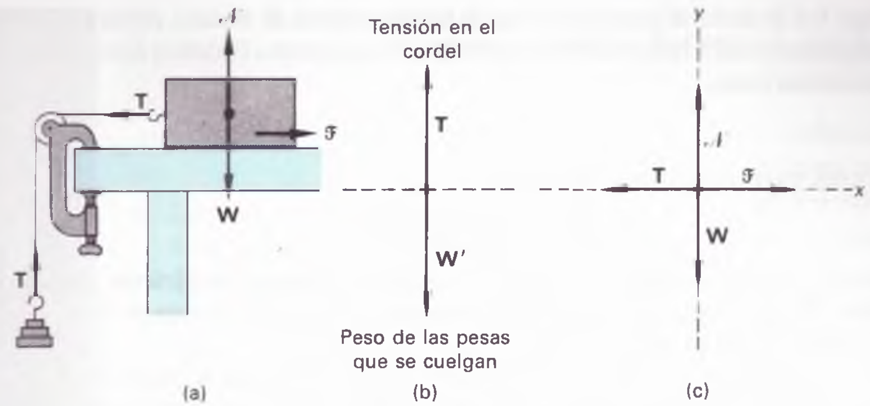


Figura 4-12 Experimento para determinar la fuerza de fricción.

Las leyes que rigen a las fuerzas de rozamiento se determinan experimentalmente en el laboratorio utilizando un aparato similar al que se ilustra en la figura 4-12a. Considere una caja de peso W colocada sobre una mesa horizontal y atada con una cuerda que pasa por una polea, cuyo rozamiento se puede despreciar; además al otro lado de la cuerda se cuelgan varias pesas. Todas las fuerzas que actúan sobre la caja y las pesas se presentan en sus diagramas de cuerpo libre correspondientes (figura 4-12b y c).

Consideremos que el sistema está en equilibrio, lo que implica que la caja esté en reposo o se mueva con velocidad constante; en cualquier caso se puede aplicar la primera condición de equilibrio. Analice el diagrama de fuerzas como se muestra en la figura 4-12c.

$$\sum F_x = 0 \qquad \mathcal{F} - T = 0$$

$$\sum F_y = 0 \qquad \mathcal{N} - W = 0$$

o bien,

$$\mathcal{F} = T \qquad \text{y} \qquad \mathcal{N} = W$$

Por lo tanto, la fuerza de rozamiento es de igual magnitud que la tensión en la cuerda, y la fuerza normal ejercida por la mesa sobre la caja es igual al peso de la caja. Observe que la tensión en la cuerda se determina por el peso de las pesas sumado al peso de su soporte.

El experimento se inicia colocando poco a poco pesas en el soporte para aumentar gradualmente la tensión de la cuerda. Al incrementar la tensión, la fuerza de rozamiento estática, que es de igual magnitud, pero de dirección opuesta, también se incrementa. Si **T** aumenta lo suficiente, la caja empieza a moverse, lo que significa que **T** ha sobrepasado la *máxima* fuerza de rozamiento estático $\mathcal{F}_{s,\text{máx}}$. Por lo tanto, aunque la fuerza de rozamiento estático $\mathcal{F}_s$ va cambiando de acuerdo con los valores de la tensión de la cuerda, existe un valor máximo único $\mathcal{F}_{s,\text{máx}}$.

Para continuar el experimento, suponga que agregamos peso a la caja, con lo que aumentaría la presión normal entre la caja y la mesa. La fuerza normal ahora será

$$\mathcal{N} = W + \text{pesas añadidas}$$

Si se repite el experimento anterior, veremos que será necesario un nuevo valor de **T**, *proporcionalmente* mayor, para contrarrestar $\mathcal{F}_s$. O sea que al duplicar la fuerza normal entre las dos superficies, la máxima fuerza de rozamiento estático que se debe contrarrestar, se duplica también. Si $\mathcal{N}$ se triplica, $\mathcal{F}_s$ se triplica también, y lo mismo ocurre para los demás factores. Por lo tanto, se puede decir que la fuerza máxima de fricción estática es directamente proporcional a la fuerza normal entre las dos superficies. Podemos escribir esta proporcionalidad como

$$\mathcal{F}_s \propto \mathcal{N}$$

que puede expresarse como una ecuación:

$$\mathcal{F}_s = \mu_s \mathcal{N} \tag{4-10}$$

donde μ_s es una constante de proporcionalidad llamada ***coeficiente de fricción estática.*** Puesto que μ_s es una relación constante entre dos fuerzas, se trata de una cantidad sin dimensiones.

En el experimento anterior se debe observar que una vez que se sobrepasa $\mathcal{F}_s$ la caja aumenta su velocidad, es decir, se acelera, hasta topar con la polea. Esto significa que bastaría un valor menor de $\boldsymbol{T}$ para mantener a la caja en movimiento con velocidad constante. Por lo tanto, la fuerza de rozamiento cinético $\mathcal{F}_k$ debe ser menor que $\mathcal{F}_s$ para las mismas superficies. En otras palabras, se requiere de más fuerza para que el bloque empiece a moverse que para mantenerlo en movimiento a velocidad constante. En este último caso también se satisface la primera condición de equilibrio; así, el mismo razonamiento que nos permitió derivar la ecuación (4-10) para la fricción estática, nos lleva a la siguiente proporcionalidad para la fricción cinética:

$$\mathcal{F}_k \propto \mathcal{N}$$

que se puede expresar como una ecuación. Igual que antes,

$$\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N} \tag{4-11}$$

donde μ_k es una constante de proporcionalidad llamada ***coeficiente de fricción cinética.***

Se puede demostrar que los coeficientes de proporcionalidad μ_s y μ_k dependen de la rugosidad de las superficies; pero no del área de contacto entre ellas. Analizando las ecuaciones anteriores se observa que μ depende únicamente de la fuerza de fricción $\mathcal{F}$ y de la fuerza normal $\mathcal{N}$ entre las superficies. Se debe aceptar, desde luego, que las ecuaciones (4-10) y (4-11) no son fundamentalmente rigurosas, como otras ecuaciones físicas. Gran número de variables interfieren con la aplicación general de estas fórmulas. Por ejemplo, nadie que tenga experiencia en carreras de automóviles puede creer que la fuerza de fricción sea *completamente* independiente del área de contacto. Sin embargo, las ecuaciones son herramientas útiles para determinar las fuerzas de resistencia en casos específicos.

La tabla 4-2 muestra algunos valores representativos de los coeficientes de fricción estática y cinética, para diferentes tipos de superficies. Estos valores son aproximados y dependen de las condiciones de dichas superficies.

TABLA 4-2 Coeficientes de fricción aproximados

Material	μ_s	μ_k
Madera sobre madera	0.7	0.4
Acero sobre acero	0.15	0.09
Metal sobre cuero	0.6	0.5
Madera sobre cuero	0.5	0.4
Caucho sobre concreto, seco	0.9	0.7
húmedo	0.7	0.57

Estrategia para resolver problemas

Consideraciones para problemas en los que interviene la fricción

1. Las fuerzas de fricción son paralelas a las superficies y se oponen directamente al movimiento o lo impiden.
2. La fuerza máxima de fricción estática es mayor que la fuerza de fricción cinética para los mismos materiales.
3. Al dibujar diagramas de cuerpo libre, en general es preferible elegir el eje x siguiendo la dirección del movimiento, y el eje y normal a la dirección del movimiento o del impedimento al movimiento.
4. La primera condición de equilibrio puede aplicarse para establecer dos ecuaciones que representen las fuerzas a lo largo del plano del movimiento y las que son perpendiculares a él.
5. Las relaciones $\mathcal{F}_s = \mu_s \mathcal{N}$ y $\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N}$ se aplican para determinar la cantidad deseada.
6. Jamás debe darse por hecho que la ***fuerza normal*** es igual al peso. Se debe determinar su magnitud sumando las fuerzas a lo largo del eje normal.

EJEMPLO 4-5

Un bloque de 50 N descansa sobre una superficie horizontal. Se requiere un tirón horizontal de 10 N para lograr que el bloque empiece a moverse. Después de que se inicia el movimiento, basta una fuerza de 5 N para que el bloque siga moviéndose con una velocidad constante. Encuentre los coeficientes de fricción estática y cinética.

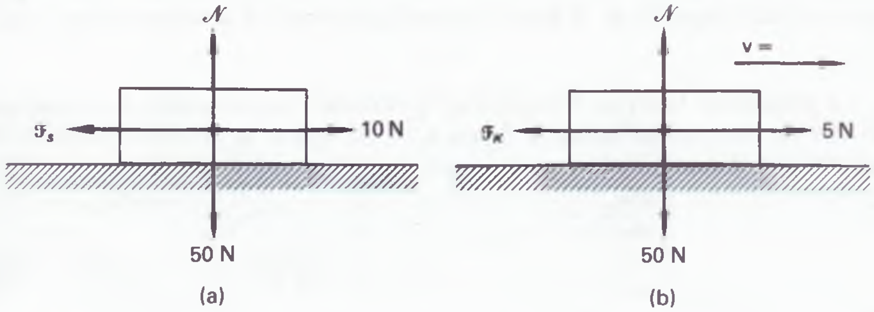


Figura 4-13 (a) Se requiere una fuerza de 10 N para contrarrestar la fuerza máxima de fricción estática. (b) Se requiere una fuerza de sólo 5 N para mover el bloque con velocidad constante.

Solución

Las palabras clave que deben captarse son *empiece a moverse y siga moviéndose... con una velocidad constante.* Las primeras palabras clave implican fricción estática; mientras que las últimas se refieren a la fricción cinética. En cada caso existe una condición de equilibrio. Los diagramas de cuerpo libre correctos se muestran en la figura 4-13a y b. Consideremos en primer lugar la fuerza que contrarresta a la fricción estática. Al aplicar la primera condición de equilibrio a la figura 4-13a se tiene

$$\sum F_x = 0 \qquad 10\ \text{N} - \mathscr{F}_s = 0$$

$$\sum F_y = 0 \qquad \mathcal{N} - 50\ \text{N} = 0$$

de esas igualdades notamos que

$$\mathscr{F}_s = 10\ \text{N} \qquad \mathcal{N} = 50\ \text{N}$$

Por lo tanto, podemos hallar el coeficiente de fricción estática a partir de la ecuación (4-10).

$$\mu_s = \frac{\mathscr{F}_s}{\mathcal{N}} = \frac{10\ \text{N}}{50\ \text{N}} = 0.2$$

La fuerza que contrarresta la fricción cinética es 5 N. Por consiguiente, la suma de las fuerzas a lo largo del eje x es

$$5\ \text{N} - \mathscr{F}_k = 0$$

o bien

$$\mathscr{F}_k = 5\ \text{N}$$

La fuerza normal sigue siendo de 50 N y, por lo tanto,

$$\mu_k = \frac{\mathscr{F}_k}{\mathcal{N}} = \frac{5\ \text{N}}{50\ \text{N}} = 0.1$$

EJEMPLO 4-6

¿Qué fuerza T, a un ángulo de 30° por encima de la horizontal, se requiere para arrastrar un bloque de 40 lb hacia la derecha a velocidad constante, si $\mu_k = 0.2$?

Solución

Lo primero es hacer un bosquejo del problema y luego construir el diagrama de cuerpo libre, como indica la figura 4-14. Al aplicar la primera condición de equilibrio tenemos

$$\sum F_x = 0 \qquad T_x - \mathscr{F}_k = 0$$

$$\sum F_y = 0 \qquad \mathcal{N} + T_y - 40\ \text{lb} = 0$$

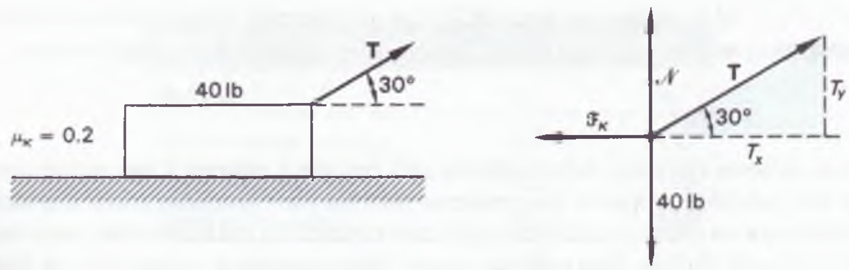


Figura 4-14 La fuerza **T** que forma un ángulo sobre la horizontal reduce la fuerza normal, dando por resultado una fuerza de fricción menor.

La última ecuación muestra que la fuerza normal es

$$\mathcal{N} = 40 \text{ lb} - T_y \tag{4-13}$$

Note que la fuerza normal disminuye por la componente y de $\boldsymbol{T}$. Sustituyendo $\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N}$ en la ecuación (4-12) se obtiene

$$T_x - \mu_k \mathcal{N} = 0$$

Pero $\mathcal{N} = 40 \text{ lb} - T_y$ de la ecuación (4-13), y entonces

$$T_x - \mu_k(40 \text{ lb} - T_y) = 0 \tag{4-14}$$

A partir del diagrama de cuerpo libre se observa que

$$T_x = T \cos 30° = 0.866T$$

y que

$$T_y = T \text{ sen } 30° = 0.5T$$

Por lo tanto, tomando en cuenta que $\mu_k = 0.2$, escribimos la ecuación (4-14) como

$$0.866T - (0.2)(40 \text{ lb} - 0.5T) = 0$$

de donde se puede obtener el valor de T como sigue:

$$\begin{aligned} 0.866T - 8 \text{ lb} + 0.1T &= 0 \\ 0.966T - 8 \text{ lb} &= 0 \\ 0.966T &= 8 \text{ lb} \\ T = \frac{8 \text{ lb}}{0.966} &= 8.3 \text{ lb} \end{aligned}$$

Por consiguiente, se requiere una fuerza de 8.3 lb para arrastrar el bloque con velocidad constante, cuando la cuerda forma un ángulo de 30° sobre la horizontal.

EJEMPLO 4-7

Un bloque de 100 N está en reposo en un plano inclinado a 30°. Si $\mu_k = 0.1$, ¿qué fuerza $\boldsymbol{P}$ paralela al plano y dirigida hacia arriba del plano hará que el bloque se mueva (*a*) hacia arriba del plano con velocidad constante y (*b*) hacia abajo del plano con velocidad constante?

Solución (a)

El problema general aparece bosquejado en la figura 4-15a. En el caso del movimiento hacia arriba del plano, la fuerza de fricción está dirigida hacia abajo del plano, como muestra la figura 4-15b. Aplicando la primera condición de equilibrio obtenemos

$$\sum F_x = 0 \qquad P - \mathcal{F}_k - W_x = 0 \tag{4-15}$$

$$\sum F_y = 0 \qquad \mathcal{N} - W_y = 0 \tag{4-16}$$

A partir de la figura, las componentes x y y del peso son

$$\begin{aligned} W_x &= (100 \text{ N})(\text{sen } 30°) = 50 \text{ N} \\ W_y &= (100 \text{ N})(\cos 30°) = 86.6 \text{ N} \end{aligned}$$

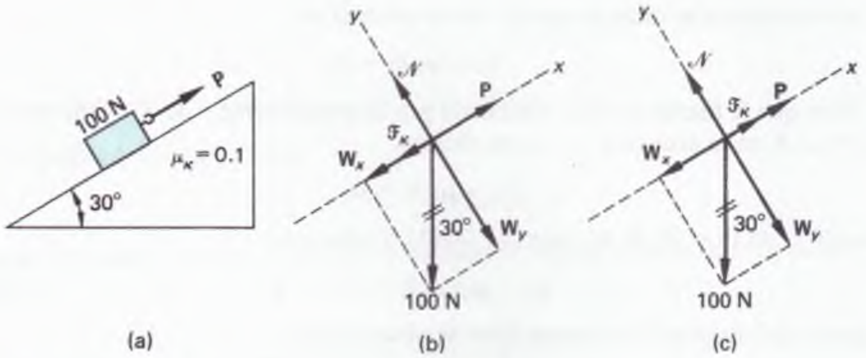


Figura 4-15 Fricción sobre un plano inclinado.

Al sustituir este último valor en la ecuación (4-16) obtenemos el valor de la fuerza normal, que es

$$\mathcal{N} - 86.6 \text{ N} = 0$$
$$\mathcal{N} = 86.6 \text{ N}$$

El empujón necesario para moverlo hacia arriba del plano es, a partir de la ecuación (4-15),

$$P = \mathcal{F}_k + W_x$$

Pero $\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N}$, de modo que

$$P = \mu_k \mathcal{N} + W_x$$

Sustituyendo los valores conocidos para μ_k, $\mathcal{N}$, y W_x, obtenemos

$$P = (0.1)(86.6 \text{ N}) + 50 \text{ N}$$
$$= 58.7 \text{ N}$$

Observe que el empuje hacia arriba del plano debe contrarrestar tanto la fuerza de fricción de 8.66 N, como la componente de 50 N del peso del bloque hacia abajo del plano.

Solución (b)

Ahora vamos a considerar el empuje ***P*** requerido para retardar el movimiento hacia abajo. La única diferencia entre este problema y el correspondiente a la parte (*a*), es que la fuerza de fricción ahora va dirigida hacia arriba del plano. La fuerza normal no cambia, y las componentes del peso tampoco. Por lo tanto, si se suman las fuerzas a lo largo del eje *x* en la figura 4-15c, entonces

$$\sum F_x = 0 \qquad P + \mathcal{F}_k - W_x = 0$$

de donde

$$P = W_x - \mathcal{F}_k$$

o bien,

$$P = 50 \text{ N} - 8.66 \text{ N}$$
$$= 41.3 \text{ N}$$

La fuerza de 41.3 N dirigida hacia arriba del plano retarda el movimiento del bloque hacia abajo, de modo que su velocidad es constante. Si no se ejerciera esta fuerza ***P***, el bloque se aceleraría hacia abajo del plano por su propio peso.

EJEMPLO 4-8

¿Cuál es el ángulo máximo θ de la pendiente de un plano inclinado que permite que un bloque de peso W no se deslice hacia abajo a lo largo del plano?

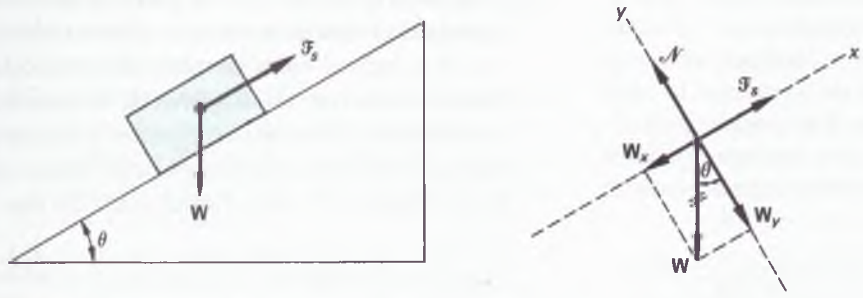


Figura 4-16 El ángulo limitante de reposo.

Solución

Se construye un diagrama de cuerpo libre como se indica en la figura 4-16. El valor máximo de θ será el valor que contrarresta la fricción estática $\mathcal{F}_s = \mu_s \mathcal{N}$. Al aplicar la primera condición de equilibrio se tiene

$$\sum F_x = 0 \qquad \mathcal{F}_s - W_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \qquad \mathcal{N} - W_y = 0$$

y trasponiendo queda

$$\mathcal{F}_s = W_x \qquad \mathcal{N} = W_y$$

A partir de la figura 4-16 notamos que θ es un ángulo cuya tangente es W_x/W_y; y por lo tanto, de la ecuación (4-17) resulta

$$\tan \theta = \frac{W_x}{W_y} = \frac{\mathcal{F}_s}{\mathcal{N}}$$

Pero $\mathcal{F}_s/\mathcal{N}$ es igual al coeficiente de fricción estática μ_s. Por consiguiente,

$$\tan \theta = \mu_s$$

Así pues, un bloque, independientemente de su peso, permanecerá en reposo sobre un plano inclinado a menos que la tan θ sea igual o exceda a μ_s. En este caso, el ángulo θ se llama el *ángulo limitante o ángulo de reposo.*

Como ejercicio, demuestre que un bloque se deslizaría hacia abajo del plano con velocidad constante si tan $\theta = \mu_k$.

Resumen y repaso

Resumen

En este capítulo hemos definido objetos que se encuentran en reposo o en movimiento con velocidad constante para estar en equilibrio. Mediante el uso de diagramas de vectores y las leyes de Newton, se ha visto que es posible determinar fuerzas desconocidas para sistemas que están en equilibrio. Los siguientes párrafos resumen los conceptos más importantes que es necesario recordar:

- La *primera ley de Newton* establece que un objeto en reposo o en movimiento con velocidad constante conserva su estado de reposo o movimiento constante, a menos que actúe sobre él una fuerza resultante.
- La *tercera ley de Newton* establece que cada acción debe producir una reacción igual y opuesta. Las fuerzas de acción y reacción no actúan sobre el mismo cuerpo.

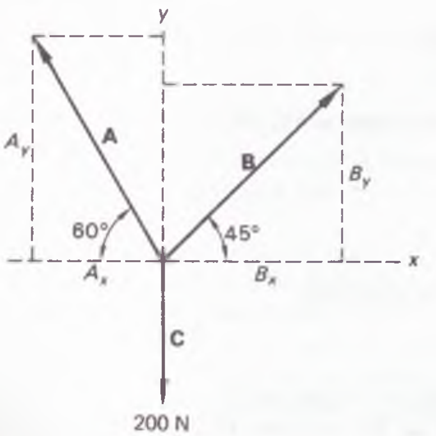


Figura 4-17

- Diagramas de cuerpo libre: A partir de las condiciones del problema, se traza un diseño ordenado y en él se indican todas las cantidades conocidas. Luego se construye un diagrama de fuerzas, indicando todas las fuerzas participantes y sus componentes. Toda la información proporcionada, como la de la figura 4-17, debe formar parte del diagrama.
- Equilibrio traslacional: Un cuerpo en equilibrio traslacional se caracteriza porque ninguna fuerza resultante actúa sobre él. En este tipo de casos, la suma de todas las componentes del eje x es cero, y también la suma de todas las componentes del eje y es cero. Esto se conoce como la primera condición de equilibrio y se escribe

$$R_x = \sum F_x = 0 \qquad R_y = \sum F_y = 0$$

- Al aplicar estas condiciones a la figura 4-17, por ejemplo, obtenemos dos ecuaciones con dos variables desconocidas:

$$B \cos 45° - A \cos 60° = 0$$
$$B \operatorname{sen} 45° + A \operatorname{sen} 60° - 200 \text{ N} = 0$$

Estas ecuaciones se resuelven para hallar los valores de A y de B.

- Hay fricción estática entre dos superficies cuando están impidiendo el movimiento. La fricción cinética se presenta cuando las dos superficies se encuentran en movimiento relativo. En cualquiera de los casos, las fuerzas de fricción son proporcionales a la fuerza normal. Se expresan como

$$\mathcal{F}_s = \mu_s \mathcal{N} \qquad \mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N}$$

Estas fuerzas de fricción, con frecuencia deben tomarse en cuenta en problemas sobre equilibrio.

Conceptos Clave

Defina los siguientes términos:

1. inercia
2. fuerza de reacción
3. equilibrio
4. equilibrante
5. diagrama de cuerpo libre
6. fuerza de fricción
7. coeficiente de fricción
8. fuerza normal
9. ángulo de reposo

Preguntas de repaso

4-1. Un truco muy conocido consiste en colocar una moneda sobre una tarjeta y la tarjeta encima de un vaso. El borde de la tarjeta se golpea enérgicamente con el dedo índice, haciendo que la tarjeta salga despedida del borde del vaso y que la moneda caiga dentro de éste. Explique. ¿Qué ley se ilustra en este truco?

4-2. Cuando a un martillo se le afloja la cabeza, la dificultad puede resolverse sosteniendo verticalmente el martillo y golpeando la base del mango contra el piso. Explique qué ley se ilustra en esta situación.

4-3. Explique cómo interviene la tercera ley de Newton sobre el movimiento en las siguientes actividades: (**a**) caminata, (**b**) remo, (**c**) lanzamiento de cohetes y (**d**) paracaidismo.

4-4. ¿Es posible que un cuerpo en movimiento esté en equilibrio? Cite varios ejemplos.

4-5. Según la tercera ley de Newton sobre el movimiento, a toda fuerza corresponde una fuerza de reacción igual, pero en sentido opuesto. Por lo tanto, el concepto de una fuerza resultante no equilibrada tiene que ser sólo una ilusión que no tolera un análisis riguroso. ¿Está usted de acuerdo con esta declaración? Comente las razones en las que fundamenta su respuesta.

4-6. Un ladrillo está suspendido del techo por medio de una cuerda ligera. Una segunda cuerda, idéntica a la anterior, se ata a la parte inferior del ladrillo y cuelga a una altura que resulte accesible para un estudiante. Cuando el estudiante tira lentamente de la cuerda inferior, la cuerda superior se rompe; en cambio, si le propina un tirón brusco a la cuerda inferior, esta última es la que se rompe. Explique la situación.

4-7. Un largo cable de acero está tendido entre dos edificios. Muestre usted, por medio de diagramas y explicaciones, por qué no es posible dejar el cable tan tenso que quede tan perfectamente horizontal que no haya pandeo alguno en su punto medio.

4-8. Hemos visto que siempre es conveniente elegir los ejes x y y de manera que el mayor número posible de fuerzas queden especificadas en forma total a lo largo de alguno de ellos. Supongamos que no existieran dos fuerzas perpendiculares entre sí. ¿Aun en ese caso seguirá siendo conveniente hacer una rotación de los ejes para alinear una de las fuerzas desconocidas con uno de dichos ejes, en lugar de alinear con él alguna de las fuerzas conocidas? Para poner a prueba dicho método, aplíquelo usted a cualquiera de los ejemplos que aparecen en el texto.

4-9. Comente algunas aplicaciones benéficas de la fuerza de fricción.

4-10. ¿Por qué hablamos de una fuerza *máxima* de fricción estática? ¿Por qué no se habla de una fuerza máxima de fricción cinética?

4-11. ¿Por qué resulta más fácil tirar de un trineo en un ángulo determinado, que empujarlo en ese mismo ángulo? Dibuje diagramas de tiempo libre para demostrar cuál sería la fuerza normal en cada caso.

4-12. ¿La fuerza normal que actúa sobre un cuerpo es siempre igual al peso del mismo?

4-13. Al caminar sobre un estanque congelado, ¿es más conveniente dar pasos cortos o largos? ¿Por qué? Si el hielo careciera por completo de fricción, ¿sería posible que la persona saliera del estanque caminando erguida? Explique su respuesta.

Problemas

Nota: En todos los problemas que presentamos al final de este capítulo se considera que el peso de los aguilones o puntales rígidos es insignificante. Se supone también que todas las fuerzas son de tipo concurrente.

Sección 4.4 —Diagramas de cuerpo libre

4-1. Dibuje un diagrama de cuerpo libre correspondiente a las situaciones ilustradas en la figura 4-18a y b. Descubra un punto en el cual actúen las fuerzas importantes y represente cada fuerza como un vector. Calcule el ángulo de referencia y escriba los nombres de las componentes.

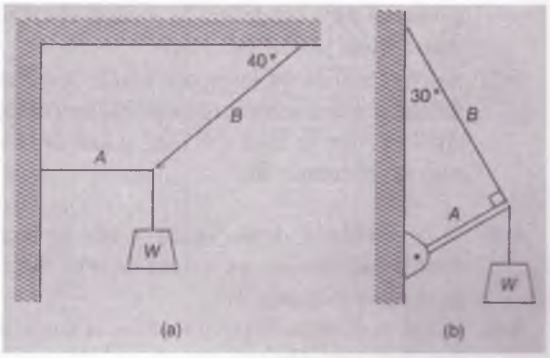


Figura 4-18

4-2. Estudie cada una de las fuerzas que actúan en el extremo del puntal ligero de la figura 4.19. Dibuje el diagrama de cuerpo libre apropiado.

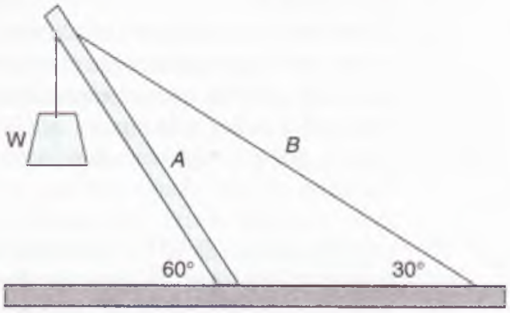


Figura 4-19

Sección 4.5—Resolución de problemas de equilibrio

4-3. Tres ladrillos idénticos están atados entre sí por medio de cuerdas y penden de una balanza que marca en total 24 N. ¿Cuál es la tensión de la cuerda que soporta al ladrillo inferior? ¿Cuál es la tensión en la cuerda que se encuentra entre el ladrillo de en medio y el ladrillo superior? Resp. 8 N, 16 N

4-4. Una sola cadena sostiene una polea que pesa 40 N. Entonces se conectan dos pesas idénticas de 80 N con una cuerda que pasa por la polea. ¿Cuál es la tensión en la cadena que sostiene todo el conjunto? ¿Cuál es la tensión en cada una de las cuerdas?

4-5. Si el peso del bloque de la figura 4.18a es de 80 N, ¿cuáles son las tensiones en las cuerdas *A* y *B*? Resp. $A = 95.3$ N, $B = 124$ N

4-6. Si la cuerda *B* de la figura 4-18a se rompe bajo tensiones mayores de 200 lb, ¿cuál es el máximo peso *W* que puede soportar?

4-7. Si $W = 600$ N en la figura 4-18b, ¿cuál es la fuerza que ejerce la cuerda sobre el extremo del aguilón *A* en la figura 4-18b? ¿Cuál es la tensión en la cuerda *B*? Resp. $A = 300$ N, $B = 520$ N

4-8. Si la cuerda *B* de la figura 4-18a se rompe cuando su tensión es mayor de 400 N, ¿cuál es el peso máximo *W*?

4-9. ¿Cuál es el peso máximo *W* en el caso de la figura 4-18b si la cuerda sólo puede soportar una tensión máxima de 800 N? Resp. 924 N

4-10. Un bloque de 70 N reposa sobre un plano inclinado a 35°. Calcule la fuerza normal y halle la fuerza de fricción por la cual el bloque no resbala.

4-11. Un cable está tendido sobre dos postes colocados con una separación de 10 m. A la mitad del cable se cuelga un letrero que provoca un pandeo, por lo cual el cable desciende verticalmente una distancia de 50 cm. Si la tensión en cada segmento del cable es de 2000 N, ¿cuál es el peso del letrero? Resp. 398 N

4-12. Un semáforo de 80 N cuelga del punto medio de un cable de 30 m tendido entre dos postes. Halle la tensión en cada segmento del cable si éste tiene un pandeo que lo hace descender una distancia vertical de 1 m.

***4-13.** Los extremos de tres puntales de 8 ft están clavados unos con otros, formando así un trípode cuyo vértice se encuentra a una altura de 6 ft sobre el suelo. ¿Cuál es la compresión que se produce en cada uno de esos puntales cuando un peso de 100 lb se suspende de dicho vértice? Resp. 44.4 lb

4-14. Un cuadro de 20 N se cuelga de un clavo, como indica la figura 4-20, de manera que las cuerdas que lo sostienen forman un ángulo de 60°. ¿Cuál es la tensión en cada segmento de la cuerda?

Figura 4-20

Sección 4-6—Fricción

4-15. Una fuerza horizontal de 40 N es apenas suficiente para poner en marcha un trineo vacío de 600 N sobre nieve compacta. Después de iniciar el movimiento se requieren tan sólo 10 N para mantener el trineo a rapidez constante. Halle los coeficientes de fricción estática y cinética. Resp. 0.0667, 0.0167

4-16. Supongamos que en el trineo descrito en el problema 4-15 se colocaran 200 N de provisiones. ¿Cuál sería la nueva fuerza necesaria para arrastrar el trineo a rapidez constante?

4-17. Supongamos ciertas superficies en las cuales $\mu_s = 0.7$ y $\mu_k = 0.4$. ¿Qué fuerza horizontal se requiere para que un bloque de 50 N empiece a deslizarse sobre un piso de madera? ¿Qué fuerza se necesita para moverlo a velocidad constante? Resp. 35 N, 20 N

4-18. Un estibador se ha dado cuenta de que se requiere una fuerza horizontal de 60 lb para arrastrar una caja de 150 lb con rapidez constante sobre una plataforma de carga. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?

4-19. El estibador del problema 4.18 se percata de que una caja más pequeña del mismo material puede ser arrastrada con rapidez constante con una fuerza horizontal de sólo 40 lb. ¿Cuál es el peso de esta caja? Resp. 100 lb.

4-20. Un bloque de acero que pesa 240 N descansa sobre una viga de acero bien nivelada. ¿Qué fuerza horizontal logrará mover el bloque a rapidez constante si el coeficiente de fricción cinética es 0.12?

4-21. Una caja de herramientas de 60 N es arrastrada horizontalmente con una velocidad constante por medio de una cuerda que forma un ángulo de 35° con el piso. La tensión registrada en la cuerda es de 40 N. Calcule las magnitudes de la fuerza de fricción y de la fuerza normal. Resp. 32.8 N, 37.1 N

4-22. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética en el ejemplo del problema 4.21?

***4-23.** El coeficiente de fricción estática que corresponde a la madera sobre madera es de 0.7. ¿Cuál es el ángulo máximo que puede adoptar un plano inclinado de madera para que un bloque, también de madera, permanezca en reposo sobre el plano? Resp. 35°

***4-24.** Un techo tiene una pendiente con un ángulo de 40°. ¿Cuál deberá ser el coeficiente máximo de fricción estática entre la suela de un zapato y ese techo para evitar que una persona resbale?

***4-25.** Se empuja un trineo de 200 N sobre una superficie horizontal a velocidad constante, por una fuerza de 50 N cuya dirección forma un ángulo de 28° por debajo de la horizontal. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética en este caso? Resp. 0.198

***4-26.** ¿Cuál es la fuerza normal que actúa sobre el bloque en la figura 4-21? ¿Cuál es el componente del peso que actúa hacia abajo del plano?

4-27.** ¿Qué empuje ***P, dirigido hacia arriba del plano, hará que el bloque de la figura 4-21 suba por dicho plano con rapidez constante? Resp. 54.1 N

***4-28.** Si el bloque de la figura 4.21 se suelta, logrará superar la fricción estática y se deslizará rápidamente descendiendo por el plano. ¿Qué empuje P, dirigido hacia la parte superior del plano inclinado, permitirá retardar el movimiento descendente hasta que el bloque se mueva con rapidez constante?

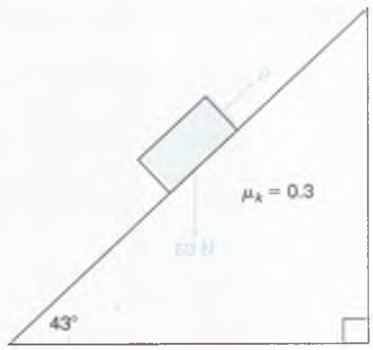


Figura 4-21

Problemas reto

4-29. Calcule la tensión en la cuerda A y la compresión B en el puntal de la figura 4.22.
Resp. $A = 231$ N, $B = 462$ N

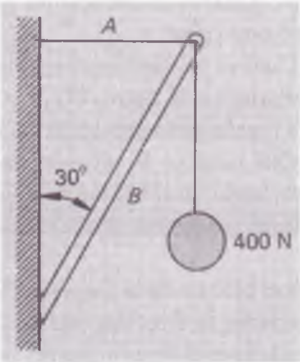


Figura 4-22

4-30. Si el cable A de la figura 4.23 tiene una resistencia a la rotura de 200 N, ¿cuál es el máximo peso que este dispositivo puede soportar?

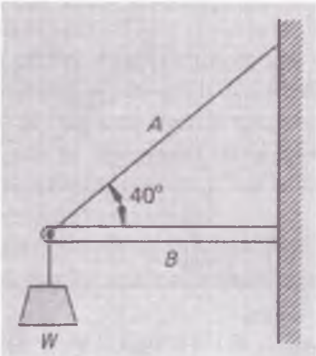


Figura 4-23

4-31. ¿Cuál es el empuje mínimo P, paralelo a un plano inclinado de 37°, si un carrito de 90 N va a ascender por dicho plano con rapidez constante? Pase por alto la fricción. Resp. 54.2 N

4-32. Una fuerza horizontal de sólo 8 lb mueve un trozo de hielo con rapidez constante sobre un piso ($\mu_k = 0.1$). ¿Cuál es el peso del hielo?

4-33. Encuentre la tensión en las cuerdas A y B en el dispositivo que muestra la figura 4.24a.
Resp. 170 N, 294 N

4-34. Calcule la tensión en las cuerdas A y B de la figura 4.24b.

4-35. Se ha tendido horizontalmente un cable en la punta de dos postes verticales colocados a 20 m de distancia uno del otro. Un letrero de 250 N está suspendido del punto medio del cable y hace que éste se pandee en una distancia vertical de 1.2 m. ¿Cuál es la tensión en cada uno de los segmentos del cable? Resp. 1049 N

4-36. Suponga que el cable del problema 4.35 tiene una resistencia a la rotura de 1200 N. ¿Cuál es el máximo peso que puede soportar en su punto medio?

4-37. Calcule la tensión en el cable y la compresión en el aguilón ligero de la figura 4.25a.
Resp. $A = 43.2$ lb, $B = 34.5$ lb

4-38. Halle la tensión en el cable y la compresión en el aguilón ligero de la figura 4.25b.

4-39. Calcule la tensión en las cuerdas A y B de la figura 4-26a. Resp. $A = 1410$ N, $B = 1150$ N

***4-40.** Halle las fuerzas en las tablas ligeras de la figura 4-26b e indique si éstas se encuentran bajo tensión o bajo compresión.

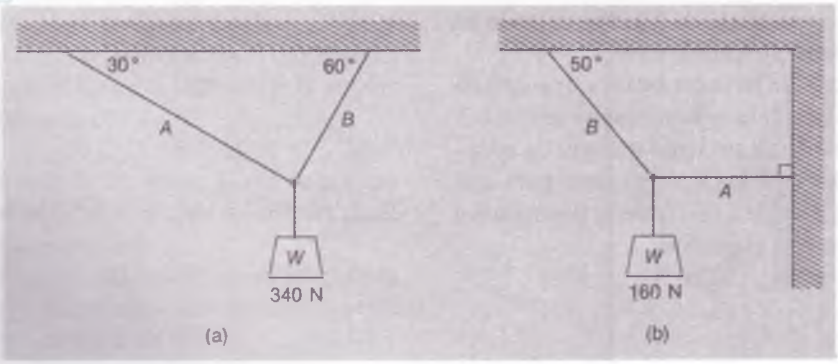


Figura 4-24

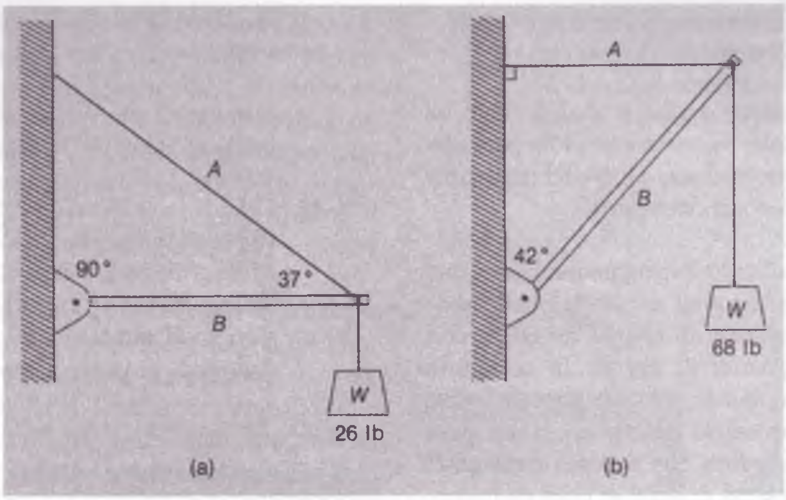


Figura 4-25

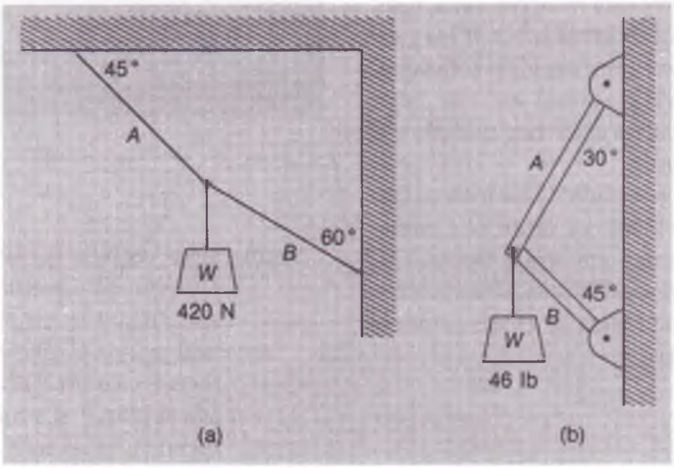


Figura 4-26

Preguntas para la reflexión crítica

4-41. Estudie la estructura ilustrada en la figura 4.27 y analice las fuerzas que actúan en el punto donde la cuerda está atada a los postes ligeros. ¿Cuál es la dirección de las fuerzas que actúan *en* los extremos de los postes? ¿Cuál es la dirección de las fuerzas ejercidas *por* los postes en ese punto? Dibuje el diagrama de cuerpo libre apropiado.

***4-42.** Calcule las fuerzas que actúan *sobre* los extremos de los postes de la figura 4.27 si $W = 500$ N.

***4-43.** Un borrador de 2 N es presionado con un empuje horizontal de 12 N contra un pizarrón vertical. Si $\mu_s = 0.25$, calcule qué fuerza horizontal se requiere para iniciar un movimiento paralelo al piso. ¿Y si se desea iniciar dicho

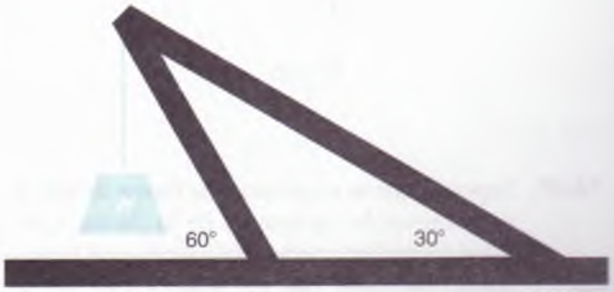


Figura 4-27

movimiento hacia arriba o abajo? Halle las fuerzas verticales necesarias tan sólo para iniciar el movimiento hacia arriba del pizarrón y después hacia abajo del mismo.

Resp. 3.00 N, hacia arriba = 5 N, hacia abajo = 1 N

***4-44.** Se ha determinado experimentalmente que una fuerza horizontal de 20 lb puede mover una cortadora de césped de 60 lb con rapidez constante. El asa de la cortadora forma un ángulo de 40° con el suelo. ¿Qué empuje es necesario aplicar en el asa para mover la cortadora con rapidez constante? ¿La fuerza normal es igual al peso de la cortadora? ¿Cuál es el valor de la fuerza normal?

***4-45.** Supongamos que la cortadora de césped de la pregunta 4.44 tuviera que moverse hacia atrás. ¿Qué tirón habrá que ejercer sobre el asa para mover la cortadora con rapidez constante? ¿Cuál sería la fuerza normal en este caso? Comente las diferencias entre este ejemplo y el del problema anterior. Resp. 20.4 N, 46.9 N

***4-46.** Una camioneta es rescatada de un lodazal con un cable atado al vehículo y a un árbol. Cuando los ángulos son los que muestra la figura 4.28, se ejerce una fuerza de 40 lb en el punto central del cable. ¿Qué fuerza se ejerce entonces sobre la camioneta?

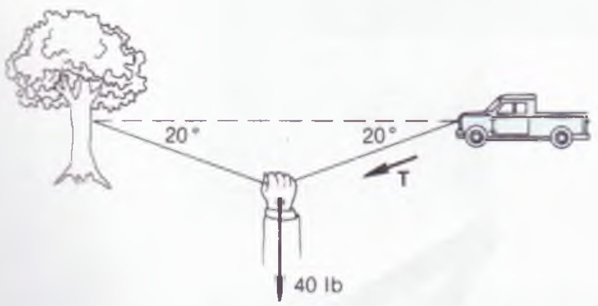


Figura 4-28

***4-47.** Suponga que se requiriera una fuerza de 900 N para mover la camioneta de la figura 4.28. ¿Qué fuerza sería necesario aplicar en el punto medio del cable con los ángulos que allí se muestran?

Resp. 616 N

4-48. Un bloque de acero de 70 N está en reposo sobre una pendiente de 40°. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de fricción estática que se dirige hacia arriba del plano? ¿Es ésta necesariamente la fuerza máxima de fricción estática? ¿Cuál es la fuerza normal con este ángulo?

***4-49.** Calcule la compresión en el puntal central *B* y la tensión en la cuerda *A* en la situación que se describe en la figura 4.29. Señale con claridad la diferencia entre la fuerza de compresión en el puntal y la fuerza indicada en su diagrama de cuerpo libre.

Resp. *A* = 643 N, *B* = 940 N

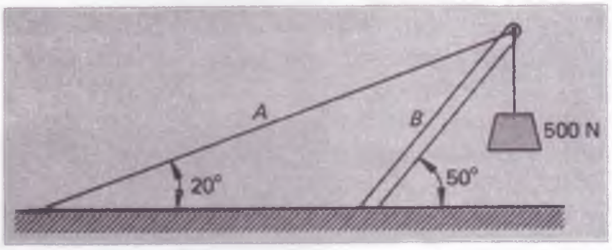


Figura 4-29

4-50.** ¿Qué empuje *horizontal* ***P exacto se requiere para impedir que un bloque de 200 N resbale hacia abajo en un plano inclinado a 60°, en el cual $\mu_s = 0.4$? ¿Por qué se necesita una fuerza menor cuando ***P*** actúa en una dirección *paralela* al plano? ¿La fuerza de fricción es mayor, menor o igual en el segundo caso?

***4-51.** Halle la tensión en cada una de las cuerdas de la figura 4-30 si el peso suspendido es de 476 N.

Resp. *A* = 476 N, *B* = 275 N, *C* = 275 N

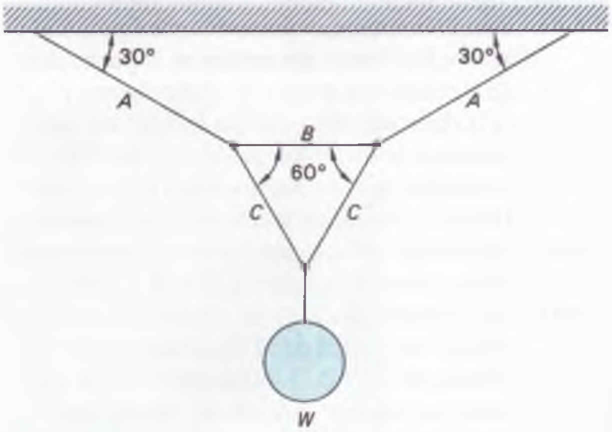


Figura 4-30

***4-52.** Encuentre la fuerza que se requiere para tirar horizontalmente de un trineo de 40 N con rapidez constante, ejerciendo tracción a lo largo de una pértiga que forma un ángulo de 30° con el suelo ($\mu_k = 0.4$). Encuentre a continuación la fuerza requerida si se desea empujar la pértiga en ese mismo ángulo. ¿Cuál es el factor más importante que cambia en estos casos?

***4-53.** Dos pesas cuelgan de dos poleas sin fricción como se observa en la figura 4.31. ¿Qué peso W hará que el bloque de 300 lb apenas empiece a moverse hacia la derecha? Supongamos que $\mu_s = 0.3$. *Nota:* Las poleas únicamente cambian la dirección de las fuerzas aplicadas. Resp. 106 lb.

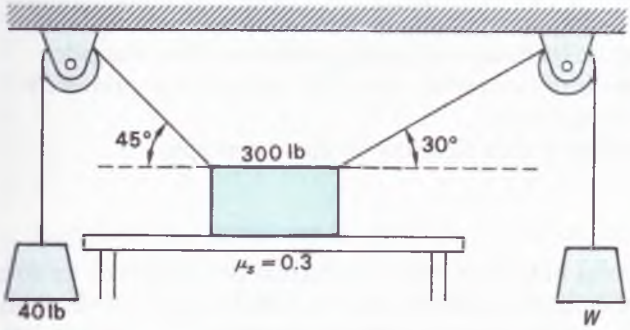


Figura 4-31

***4-54.** Encuentre el peso máximo que es posible colgar del punto O, tal como aparece en la figura 4.32, sin alterar el equilibrio. Suponga que $\mu_s = 0.3$ entre el bloque y la mesa.

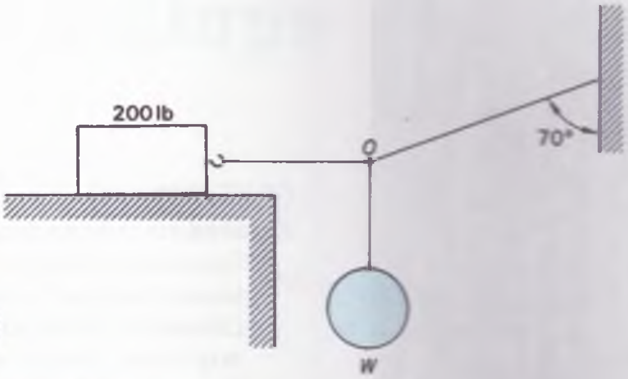


Figura 4-32